



TUGAS AKHIR - SM 141501

IMPLEMENTASI METODE *ENSEMBLE KALMAN FILTER* (ENKF) UNTUK ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA KAPAL

TITISARI AMBARWATI
NRP 1213 100 052

Dosen Pembimbing
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017



TUGAS AKHIR - SM 141501

**IMPLEMENTASI METODE *ENSEMBLE KALMAN FILTER*
(ENKF) UNTUK ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA
KAPAL**

**TITISARI AMBARWATI
NRP 1213 100 052**

**Dosen Pembimbing
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si**

**DEPARTEMEN MATEMATIKA
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember
Surabaya 2017**



FINAL PROJECT - SM 141501

***IMPLEMENTATION OF ENSEMBLE KALMAN FILTER (ENKF)
METHOD FOR ESTIMATE THE HYDRODINAMIC
COEFFICIENT OF SHIP***

***TITISARI AMBARWATI
NRP 1213 100 052***

***Supervisor
Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si***

***DEPARTMENT OF MATHEMATICS
Faculty of Mathematics and Natural Sciences
Sepuluh Nopember Institute of Technology
Surabaya 2017***

LEMBAR PENGESAHAN
IMPLEMENTASI METODE ENSEMBLE KALMAN
FILTER (ENKF) UNTUK ESTIMASI KOEFISIEN
HIDRODINAMIKA KAPAL

IMPLEMENTATION OF ENSEMBLE KALMAN FILTER
(ENKF) METHOD OF ESTIMATE THE
HYDRODYNAMIC COEFFICIENT OF SHIP

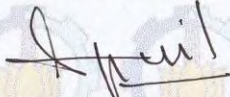
TUGAS AKHIR

Diajukan Untuk Memenuhi Salah Satu Syarat
Memperoleh Gelar Sarjana Sains
pada
Bidang Studi Matematika Terapan
Program Studi S-1 Departemen Matematika
Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Institut Teknologi Sepuluh Nopember Surabaya

Oleh:
TITISARI AMBARWATI
NRP.1213 100 052

Menyetujui,

Dosen Pembimbing II,



Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si
NIP. 19660414 199102 2 001

Dosen Pembimbing I,



Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
NIP. 19870728 201404 2 001

Mengetahui,
Kepala Departemen Matematika
FMIPA ITS



Dr. Imans Mukhlash, S.Si, MT
NIP. 19700831 199403 1 003
Surabaya, Juli 2017

IMPLEMENTASI METODE ENSEMBLE KALMAN FILTER (ENKF) UNTUK ESTIMASI KOEFISIEN HIDRODINAMIKA KAPAL

Nama : Titisari Ambarwati
NRP : 1213 100 052
Jurusan : Matematika FMIPA-ITS
Dosen Pembimbing 1 : Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
Dosen Pembimbing 2 : Prof. Dr. Erna Apriliani, M.Si

ABSTRAK

Koefisien hidrodinamika kapal merupakan koefisien yang berpengaruh penting pada perilaku gerak kapal. Pada prinsipnya perilaku gerak kapal dibagi menjadi 6 *Degree of Freedom (DOF)* yaitu *surge*, *sway*, *heave*, *yaw*, *roll*, dan *pitch*. Koefisien hidrodinamika kapal didapat melalui *Captive test* atau dikenal sebagai *Planar Motion Mechanism (PMM) test* atau tes Identifikasi Sistem, namun untuk melakukan *Captive test* di Indonesia harus mengeluarkan biaya yang mahal sehingga dilakukan cara alternatif melalui pengembangan dari tes Identifikasi Sistem yaitu *Free Running Model (FRM) test*. Data pada penelitian ini didapat dari tes FRM melalui *Turning test* atau tes lingkaran perbelokan oleh Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI) menggunakan 4 *Degree of Freedom (DOF)* yaitu *surge*, *sway*, *yaw*, *roll*, data yang diperoleh adalah $x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ yaitu posisi x dan posisi y , sudut roll, sudut yaw. Berdasarkan pada data tersebut dapat digunakan untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal sebagai alternatif untuk menghemat biaya selain *Captive test* yaitu dengan menggunakan tes FRM. Metode *Ensemble Kalman Filter (EnKF)* dipilih karena dapat digunakan untuk mengestimasi model

dinamik non linier pada koefisien hidrodinamika kapal tanpa proses pelinieran dan Regresi Linear digunakan untuk mendapatkan nilai koefisien hidrodinamika kapal.

Kata Kunci : Estimasi koefisien Hidrodinamik, Regresi Linear, kapal, Kalman Filter, *Ensemble Kalman Filter* (EnKF).

IMPLEMENTATION OF ENSEMBLE KALMAN FILTER (ENKF) METHOD FOR ESTIMATE THE HYDRODINAMIC COEFFICIENT OF SHIP

Name : Titisari Ambarwati
NRP : 1213 100 052
Department : Mathematics FMIPA-ITS
Supervisor :1. Tahiyatul Asfihani, S.Si, M.Si
2. Prof. Dr. Erna Aprliani, M.Si

ABSTRACT

Hydrodynamic coefficients in ship is a coefficient which have important effect on ship maneuvering.in principle the maneuver of ships is divided by 6 Degree of Freedom (D0F) which are surge, sway, heave, yaw, roll, and pitch. hydrodynamic coefficients in ship can be found Captive Test or also known as Planar Motion Mechanism (PMM) test or system identification test, however in order to conduct captive test in Indonesia, a huge amount of expense is needed, which resulting another alternative method thru developing on system identification test that is Free Running Model (FRM test. Data from this research is obtained from FRM test thru Turning test by laboratorium hidrodinamika Indonesia (LHI) using 4 Degree if Freedom (DOF) which are surge, sway, heave, yaw, roll, the obtained data from this is x3,x4,x5,x6,x7,x8 which position x, and position y, roll degree, yaw degree, based from those data, we can estimate hydrodynamic coefficients in ship as an alternative to more economical cost other than captive test which using FRM test. Metode ensemble Kalman Filter (EnKF) is chosen since it can be used to estimate non linear dynamic model on hydrodynamic coefficients in ship without linear proses and linear regression used to obtain the value of hydrodynamic coefficients in ship.

Keyword: *Hydrodynamic Coefficients Estimation, Linear Regression, Ship, Kalman Filter, Ensemble Kalman Filter (EnKF).*

DAFTAR ISI

	Hal
JUDUL	i
LEMBAR PENGESAHAN	v
ABSTRAK	vii
ABSTRACT	ix
DAFTAR ISI	xi
DAFTAR GAMBAR	xiii
DAFTAR TABEL	xv
DAFTAR LAMPIRAN	xvii
DAFTAR SIMBOL	xix
BAB I PENDAHULUAN	
1.1 Latar Belakang.....	1
1.2 Rumusan Masalah	3
1.3 Batasan Masalah	3
1.4 Tujuan	3
1.5 Manfaat	3
1.6 Sistematika Penulisan	4
BAB II TINJAUAN PUSTAKA	
2.1 Penelitian Sebelumnya.....	5
2.2 Model Matematika Dinamika Kapal.....	6
2.3 Model Kalman Filter.....	11
2.4 Model Ensemble Kalman Filter	13
2.4.1 Tahap Inisialisasi	13
2.4.2 Tahap Prediksi	14
2.4.3 Tahap Koreksi.....	15
2.5 Analisis regresi	18
BAB III METODOLOGI PENELITIAN	
3.1 Studi Literatur	19
3.2 Identifikasi Model.....	19
3.3 Simulasi Metode EnKF dengan Matlab.....	20
3.4 Simulasi Regresi Linier dengan Minitab	21
3.5 Cek Pergerakan Kapal	21
3.6 Diagram Alir Penelitian	22

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

4.1 Model Matematika Dinamika Kapal	23
4.2 Menentukan Variabel yang Akan Diestimasi	28
4.3 Diskritisasi Model Sistem Kapal	29
4.4 Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter.....	37
4.5 Hasil Simulasi EnKF dengan Matlab.....	39
4.6 Implementasi Regresi Linear	62
4.7 Hasil Simulasi Regresi Linear dengan Minitab	63
4.8 Cek Pergerakan Kapal.....	65

BAB V PENUTUP

5.1 Kesimpulan	75
5.2 Saran	76

DAFTAR PUSTAKA	77
-----------------------------	-----------

LAMPIRAN A	79
-------------------------	-----------

BIODATA PENULIS	81
------------------------------	-----------

DAFTAR GAMBAR

	Hal
Gambar 2.1 Body Fixed	7
Gambar 2.2 Earth Fixed	8
Gambar 3.1 Diagram Alir Penelitian	22
Gambar 4.1 <i>ensemble</i> 50 estimasi x_1, x_2, x_3, x_4	42
Gambar 4.2 <i>ensemble</i> 50 estimasi x_5, x_6, x_7, x_8	43
Gambar 4.3 <i>ensemble</i> 50 estimasi $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$	44
Gambar 4.4 <i>ensemble</i> 50 estimasi $x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}$	45
Gambar 4.5 <i>ensemble</i> 50 estimasi $x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$	46
Gambar 4.6 <i>ensemble</i> 100 estimasi x_1, x_2, x_3, x_4	47
Gambar 4.7 <i>ensemble</i> 100 estimasi x_5, x_6, x_7, x_8	48
Gambar 4.8 <i>ensemble</i> 100 estimasi $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$	49
Gambar 4.9 <i>ensemble</i> 100 estimasi $x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}$	50
Gambar 4.10 <i>ensemble</i> 100 estimasi $x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$	51
Gambar 4.11 <i>ensemble</i> 200 estimasi x_1, x_2, x_3, x_4	52
Gambar 4.12 <i>ensemble</i> 200 estimasi x_5, x_6, x_7, x_8	53
Gambar 4.13 <i>ensemble</i> 200 estimasi $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$	54
Gambar 4.14 <i>ensemble</i> 200 estimasi $x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}$	55
Gambar 4.15 <i>ensemble</i> 200 estimasi $x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$	56
Gambar 4.16 <i>ensemble</i> 300 estimasi x_1, x_2, x_3, x_4	57
Gambar 4.17 <i>ensemble</i> 300 estimasi x_5, x_6, x_7, x_8	58
Gambar 4.18 <i>ensemble</i> 300 estimasi $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$	59
Gambar 4.19 <i>ensemble</i> 300 estimasi $x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}$	60
Gambar 4.20 <i>ensemble</i> 300 estimasi $x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$	61
Gambar 4.21 Estimasi gaya momen <i>sway</i>	64
Gambar 4.22 Lintasan Kapal <i>Ensemble</i> 50	70
Gambar 4.23 Lintasan Kapal <i>Ensemble</i> 100	71
Gambar 4.24 Lintasan Kapal <i>Ensemble</i> 200	72
Gambar 4.25 Lintasan Kapal <i>Ensemble</i> 300	73
Gambar 4.26 Lintasan Kapal <i>gabungan</i>	74

DAFTAR TABEL

	Hal
Tabel 2.1 Derajat Kebebasan Kapal.....	9
Tabel 2.2 Algoritma Kalman Filter.....	12
Tabel 2.3 Algoritma Ensemble Kalman Filter	17
Tabel 4.1 Parameter Model Kapal	26
Tabel 4.2 Inisialisasi	38
Tabel 4.3 RMSE EnKF	40
Tabel 4.4 Simulasi Regresi Linear.....	63
Tabel 4.5 Data Lintasan Awal Kapal dari eksperimen	65
Tabel 4.6 Posisi Kapal Estimasi Ensemble 50	66
Tabel 4.7 Posisi Kapal Estimasi Ensemble 100	67
Tabel 4.8 Posisi Kapal Estimasi Ensemble 200	68
Tabel 4.9 Posisi Kapal Estimasi Ensemble 300	69

DAFTAR LAMPIRAN

	Hal
Lampiran A Lintasan Kapal eksperimen	79

DAFTAR SIMBOL

m	: massa kapal X
ρ	: massa air laut
L	: panjang kapal X
B	: lebar kapal X
T	: kedalaman kapal X
x_G	: posisi x pusat gravitasi
z_G	: posisi z pusat gravitasi
I_x	: momen inersia pada sumbu x
I_z	: momen inersia pada sumbu z
$X_{\ddot{u}}$: koefisien gaya massa tambahan pada u sepanjang sumbu x
$Y_{\ddot{v}}$: koefisien gaya massa tambahan pada v sepanjang sumbu y
$Y_{\ddot{p}}$: koefisien gaya massa tambahan pada p sepanjang sumbu y
$Y_{\ddot{r}}$: koefisien gaya massa tambahan pada r sepanjang sumbu y
$K_{\ddot{p}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu y terhadap p
$K_{\ddot{v}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu y terhadap v
$N_{\ddot{v}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu z terhadap v
$N_{\ddot{r}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu z terhadap r
u	: kecepatan <i>surge</i> pada sumbu x
v	: kecepatan <i>sway</i> pada sumbu y
p	: kecepatan sudut <i>roll</i> pada sumbu x
r	: kecepatan sudut <i>yaw</i> pada sumbu z
x_0	: posisi kapal pada sumbu x saat kondisi awal
y_0	: posisi kapal pada sumbu y saat kondisi awal
ϕ	: sudut <i>roll</i> pada sumbu x
ψ	: sudut <i>yaw</i> pada sumbu z
X	: gaya dan momen gerak <i>surge</i> pada Kapal
Y	: gaya dan momen gerak <i>sway</i> pada Kapal
K	: gaya dan momen gerak <i>roll</i> pada Kapal
N	: gaya dan momen gerak <i>yaw</i> pada Kapal

θ	: Sudut pada rotasi kapal X
t	: waktu yang ditempuh pada pergerakan kapal
x_0	: inisial dari sistem
x_{k+1}	: variabel keadaan sistem pada waktu $k + 1$ dan berdimensi $n \times 1$
x_k	: variabel keadaan sistem pada waktu k yang nilai estimasi awalnya \bar{x}_0 dan kovarian awal P_{x0} , $x_k \in R^n$
u_k	: vektor masukan deterministik pada waktu k , $u_k \in R^n$
w_k	: noise pada sistem dengan mean $\bar{w}_k = 0$ dan varian R_k
z_k	: variabel pengukuran, $z_k \in R^m$
v_k	: noise pada pengukuran dengan mean $\bar{v}_k = 0$ dan varian R_k
Y_{ur}	: turunan gaya sway terhadap ur pada sumbu x dan z
Y_v	: turunan gaya sway terhadap v pada sumbu y
Y_r	: turunan gaya sway terhadap r pada sumbu z
Y_{vvv}	: turunan gaya sway terhadap vvv pada sumbu y
Y_{vvr}	: turunan gaya sway terhadap vvr pada sumbu y dan z
Y_{vrr}	: turunan gaya sway terhadap vrr pada sumbu y dan z
Y_{rrr}	: turunan gaya sway terhadap rrr pada sumbu y
Y_p	: turunan gaya sway terhadap p pada sumbu x
Y_ϕ	: turunan gaya sway terhadap ϕ pada sumbu x
$Y_{vv\phi}$: turunan gaya sway terhadap $vv\phi$ pada sumbu y dan x
$Y_{v\phi\phi}$: turunan gaya sway terhadap $v\phi\phi$ pada sumbu y dan x
$Y_{rr\phi}$: turunan gaya sway terhadap $rr\phi$ pada sumbu z dan x
$Y_{r\phi\phi}$: turunan gaya sway terhadap $r\phi\phi$ pada sumbu y dan x
Y_δ	: turunan gaya sway terhadap δ
$Y_{\delta\delta\delta}$: turunan gaya sway terhadap $\delta\delta\delta$

BAB I

PENDAHULUAN

Pada bab ini dijelaskan mengenai hal – hal yang menjadi latar belakang munculnya permasalahan yang dibahas dalam Tugas Akhir ini. Permasalahan – permasalahan tersebut disusun kedalam suatu rumusan masalah. Selanjutnya dijabarkan juga batasan masalah untuk mendapatkan tujuan yang diinginkan serta manfaat yang dapat diperoleh dari Tugas Akhir ini.

1.1 Latar Belakang

Kata hidrodinamika pertama dikenalkan oleh Daniel Bernoulli pada tahun 1700-1783 dengan pengertian hidrodinamika merupakan salah satu cabang ilmu keteknikan terutama di bidang teknologi perkapalan/kelautan. Bidang ilmu ini mempelajari perilaku gerakan yang berada di air [1].

Manuver kapal adalah kemampuan kapal untuk berbelok dan berputar saat berlayar dibawah kendali operator kapal. Kapal banyak melakukan pergerakan dikarenakan faktor arus, gelombang, angin dan kedalaman perairan. Kemampuan berbelok dan berputar ini sangat menentukan keselamatan kapal, khususnya saat kapal beroperasi di perairan terbatas atau beroperasi di sekitar pelabuhan. Pada prinsipnya perilaku gerak kapal dibagi menjadi 6 *Degree of Freedom (DOF)* yaitu *surge*, *sway*, *heave*, *yaw*, *roll*, dan *pitch* [2].

Koefisien hidrodinamika kapal pada penelitian ini didapatkan dengan 4 *Degree of Freedom (DOF)* yaitu X, Y, K, N dimana X adalah *surge*, Y adalah *sway*, K adalah *roll* dan N adalah *yaw* dengan mengabaikan pergerakan *heave* dan *pitch* pada penelitian ini dikhususkan mengurangi gerakan memutar pada sumbu y dan gaya yang membuat kapal mengambang diatas permukaan air yaitu pada sumbu z . Koefisien hidrodinamika kapal didapatkan menggunakan *Captive test* atau dikenal sebagai *planar motion mechanism (PMM) test* atau tes Identifikasi Sistem, namun untuk melakukan *Captive test* di Indonesia harus mengeluarkan biaya yang mahal sehingga dilakukan cara

alternatif yaitu melalui pengembangan dari tes Identifikasi Sistem yaitu *Free Running Model (FRM) test* dengan biaya yang relatif lebih murah dan mudah untuk digunakan. Cara kerja tes FRM yaitu dengan memasang beberapa sensor yang dibutuhkan untuk mendeteksi kondisi pergerakan kapal yang dilakukan secara bebas dengan melalui *turning tes* dan tes zigzag[3].

Data pada penelitian ini diperoleh dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI) menggunakan tes FRM dengan melalui *Turning test* yaitu *surge*, *sway*, *rol* dan *yaw* dan tes zigzag 10-10 yaitu *yaw* dan derajat kemiringan. Harapan yang ingin dicapai adalah mencari solusi alternatif untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal selain menggunakan *captive test* atau dikenal sebagai *planar motion mechanism (PMM) test* atau tes Identifikasi Sistem. Data yang diperoleh dari LHI yaitu sudut *roll*, sudut *yaw*, posisi *x* dan posisi *y*, sehingga dibutuhkan suatu metode untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika pada kapal yaitu tes FRM dengan pendekatan secara numerik sebagai alternatif untuk menghemat biaya.

Dalam pembahasan Tugas Akhir ini penulis akan membahas topik “Implementasi Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) untuk Estimasi koefisien Hidrodinamika Kapal” penelitian ini bermaksud untuk mengestimasi koefisien Hidrodinamika Kapal dengan cara alternatif selain *Captive test* atau dikenal sebagai *planar motion mechanism (PMM) test* atau tes Identifikasi Sistem yaitu salah satu cabang dari tes Identifikasi Sistem yaitu *Free Running Model (FRM) test* dengan data yang diperoleh dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI), data yang didapatkan digunakan adalah kecepatan sudut *roll*, *yaw*, posisi *x* dan *y* dan koefisien lain yang tidak diketahui didapatkan melalui rujukan yang sesuai dengan kapal pada penelitian ini, sehingga dapat diestimasi menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) karena model matematika kapal berbentuk dinamik non linier dan didapatkan koefisien hidrodinamika menggunakan metode Regresi Linear.

1.2 Rumusan Masalah

Permasalahan utama yang akan dibahas pada penelitian ini adalah :

1. Bagaimana implementasi metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika pada kapal dan metode Regresi Linear untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika pada kapal?
2. Bagaimana lintasan kapal berdasarkan pada hasil estimasi dengan implementasi *Ensemble Kalman Filter* ?

1.3 Batasan Masalah

Pada penelitian ini dibuat batasan masalah sebagai berikut :

1. Menggunakan 4 *Degree of Freedom* (DOF) yaitu (*surge, sway, roll, yaw*)
2. Mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal yang bekerja pada gaya momen Y (*sway*)
3. Nilai inputan awal pada dinamis gaya eksternal X, Y, K, N berbeda jenis kapal dengan kapal penelitian
4. Simulasi metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menggunakan *software* Matlab
5. Simulasi metode Regresi linear menggunakan *software* Minitab

1.4 Tujuan

Tujuan dari penelitian yang diusulkan ini adalah :

1. Menunjukkan hasil implementasi metode *Ensemble Kalman Filter* untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika pada kapal dan Regresi Linear untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal
2. Menunjukkan lintasan kapal yang dihasilkan pada hasil estimasi dengan implementasi *Ensemble Kalman Filter*

1.5 Manfaat

Maafaat yang diharapkan dari penelitian ini adalah :

1. Mempelajari pengolahan hasil estimasi yang diterapkan pada metode *Ensemble Kalman Filter*

2. Menambah wawasan dan gambaran tentang implementasi metode *Ensemble Kalman Filter* untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika pada kapal dan Regresi Linear untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal
3. Sebagai cara alternatif dengan pendekatan secara numerik dalam mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal
4. Sebagai penelitian lebih lanjut

1.6 Sistematika Penulisan

Penulisan Tugas Akhir ini disusun dalam lima bab sebagai berikut :

BAB I PENDAHULUAN

Berisi tentang latar belakang, rumusan masalah, batasan masalah, tujuan, manfaat, dan sistematika penulisan pada Tugas Akhir.

BAB II TINJAUAN PUSTAKA

Menjelaskan dasar teori yang digunakan penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir. Pada bab ini berisi tentang pengertian dan bentuk umum pada model Matematika Kapal dengan 4(DOF) menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnkF) dan Regresi Linear.

BAB III METODOLOGI TUGAS AKHIR

Menjelaskan alur kerja dan metode yang digunakan penulis dalam mengerjakan Tugas Akhir. Gambaran umum mengenai Implementasi metode *Ensemble Kalman Filter* (EnkF) untuk estimasi hidrodinamika kapal dan Regresi Linear untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal.

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Menyajikan tentang analisa data dan pembahasan dalam Implementasi metode *Ensemble Kalman Filter* (EnkF) untuk estimasi hidrodinamika kapal dan Regresi Linear untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal.

BAB V PENUTUP

Berisi kesimpulan dari hasil analisis dan saran untuk penelitian dalam Tugas Akhir ini.

BAB II

TINJAUAN PUSTAKA

Pada bab ini diuraikan dasar – dasar teori pendukung yang dapat menunjang dalam pembahasan Tugas Akhir ini. Dasar teori penunjang tersebut mengenai kapal, metode Kalman Filter (KF), metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF).

2.1 Penelitian Sebelumnya

Dalam Tugas Akhir ini penulis merujuk pada beberapa penelitian-penelitian sebelumnya yang sesuai dengan topik yang diambil. Penelitian pertama yang digunakan adalah jurnal yang ditulis oleh Maksum Sulaiman pada tahun 2006 yang berjudul “Estimasi posisi gerak Robot Mobil dengan Menggunakan Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) Berdasarkan Lintasan yang akan Ditempuh” pada penelitian tersebut bertujuan mendapatkan sudut kemudi dari lintasan robot mobil dan menginputkannya ke dalam sistem dinamik robot mobil sehingga diperoleh lintasan yang dinamik tidak hanya berbentuk lingkaran atau garis lurus. Kemudian juga dapat ditunjukkan bahwa metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dapat digunakan untuk mengestimasi posisi robot mobil pada setiap lintasan yang berbeda dengan error yang cukup kecil. Metode ini dipilih karena dapat digunakan untuk mengestimasi model dinamik nonlinear[4]. Penelitian kedua yang digunakan adalah jurnal yang ditulis oleh Risa Fitria pada tahun 2005 yang berjudul “Implementasi *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) pada Estimasi Kapal Selam” pada penelitian tersebut bertujuan mendapatkan estimasi optimum kecepatan gerak translasi *surging*, *swaying*, dan *heaving* dengan error yang cukup kecil menggunakan metode algoritma *Ensemble Kalman Filter* (EnKF)[5]. Penelitian ketiga yang digunakan adalah jurnal yang ditulis oleh Hyeon Kyu Yoon, Nam Sun Son dan Gyeong Joong Lee pada tahun 2007 yang berjudul “Estimation of the Roll Hydrodynamic Moment Model of a Ship by Using the System Identification Method and the Free

Running Model Test”. Pada penelitian tersebut medapatkan koefisien Hidrodinamika dengan teknik identifikasi sistem berdasarkan data percobaan laut atau dari tes FRM dengan menggunakan metode algoritma Extended Kalman Filter (EKF) dan menggunakan Analisis Regresi. [6]. Penelitian terakhir yang menjadi acuan utama dalam tugas akhir ini dengan menggunakan pengembangan metode Kalman Filter yang berbeda yaitu metode *Ensemble Kalman Filter*. Berdasarkan penelitian-penelitian tersebut, pada Tugas Akhir ini akan dilakukan Pengimplementasian dari metode *Ensemble Kalman Filter* untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika pada kapal.

2.2 Model Matematika Dinamika Kapal

Untuk mendiskripsikan gerakan dari sebuah kapal X, 2 sistem koordinasi ditetapkan seperti pada gambar 1 dan 2. Perpindahan angular dan linier digambarkan pada bingkai *earth-fixed* $(0, x_0 y_0 z_0)$, sementara persamaan dari pergerakan dideskripsikan pada bingkai *body-fixed* $(0, xyz)$.

Pada penelitian ini menggunakan model dinamik dengan 4 *Degree of Freedom (DOF)*. Persamaan model dinamika kapal dideskripsikan pada bingkai body-fixed sebagai berikut :

$$\begin{aligned}(m - X\dot{u})\dot{u} &= m(vr + x_G r^2 - z_G pr) + X \\ (m - Y\dot{v})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} &= -mur + Y \\ -(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} &= mz_G ur + K \\ (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} &= -mx_G ur + N\end{aligned}\quad (2.1)$$

Keterangan

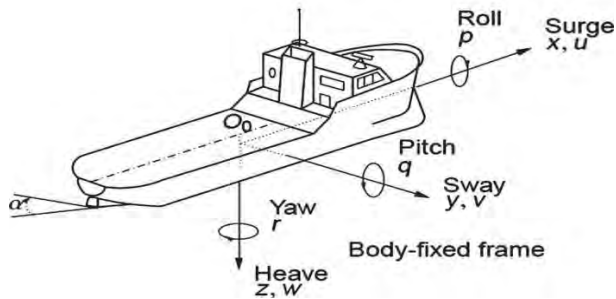
- m : massa
- x_G : posisi x pusat gravitasi
- z_G : posisi z pusat gravitasi
- I_x : momen inersia pada sumbu x
- I_z : momen inersia pada sumbu z
- $X_{\dot{u}}$: koefisien gaya massa tambahan pada u sepanjang sumbu x
- $Y_{\dot{v}}$: koefisien gaya massa tambahan pada v sepanjang sumbu y

- $Y_{\dot{p}}$: koefisien gaya massa tambahan pada p sepanjang sumbu y
 $Y_{\dot{r}}$: koefisien gaya massa tambahan pada r sepanjang sumbu y
 $K_{\dot{p}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu y terhadap p
 $K_{\dot{v}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu y terhadap v
 $N_{\dot{v}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu z terhadap v
 $N_{\dot{r}}$: koefisien gaya momen sepanjang sumbu z terhadap r

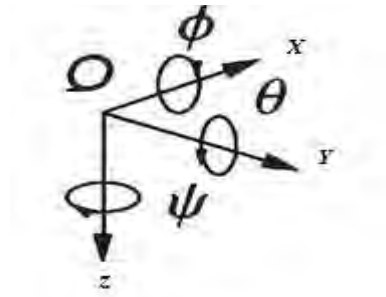
u, v, p, r adalah koefisien momen dimana arahnya didefinisikan pada gambar 2.1 dan gambar 2.2 pada bingkai *Body-fixed* dan *Earth-fixed* [6]. Berdasarkan pada model dinamik tersebut dideskripsikan pada bingkai *Body-fixed* sehingga jika diubah ke dalam bentuk *Earth-fixed* dideskripsikan dengan Transformasi Euler:

$$\begin{aligned}
 \dot{x}_0 &= u \cos \psi - v \sin \psi \cos \phi \\
 \dot{y}_0 &= u \sin \psi + v \cos \psi \cos \phi \\
 \dot{\phi} &= p \\
 \dot{\psi} &= r \cos \phi
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Terdapat ψ dan ϕ sebagai sudut roll dan yaw, dimana arahnya didefinisikan pada gambar 1 pada bingkai *Body-fixed*.



Gambar 2.1. Body Fixed



Gambar 2.2. Earth Fixed

Model dinamis pada gaya eksternal dan momen di modelkan dalam Gauss-Markov *third-order* dimana X, Y, K dan N dideskripsikan sebagai berikut:

$$\begin{aligned}
 \ddot{X} &= w_X(t) \\
 \ddot{Y} &= w_Y(t) \\
 \ddot{K} &= w_K(t) \\
 \ddot{N} &= w_N(t)
 \end{aligned}
 \tag{2.3}$$

Pada persamaan ini w_X, w_Y, w_K, w_N tersebut diasumsikan sebagai *white-noise* untuk gangguan acak yang independen disetiap waktu. *white-noise* merupakan sebuah proses stokastik yang independen disetiap waktu dan terdistribusi identik dengan rata-rata nol dan variansi tak hingga.[12]

Pada model dinamika kapal dirumuskan dengan 6 derajat kebebasan. Derajat kebebasan kapal ini terdiri dari 3 derajat kebebasan terhadap sumbu x, y, z dan 3 derajat kebebasan lainnya mengacu kepada arah rotasi dan orientasi dari kapal. Keenam derajat kebebasan dari kapal laut biasa disebut sebagai *surge, sway, heave, roll, pitch, dan yaw*. Derajat kebebasan ini juga biasa disebut sebagai komponen gerak.

Komponen gerak dari kapal dengan 6 komponen gerak dapat dilihat pada tabel dibawah ini :

Tabel 2.1. Derajat Kebebasan Kapal

DOF	Gerakan	Gaya dan momen	Kecepatan linier dan angular	Posisi dan Sudut Euler
1	Gerak arah-x (surge)	X	u	x_0
2	Gerak arah-y (sway)	Y	v	y_0
3	Gerak arah-z (heave)	Z	w	z_0
4	Rotasi sumbu-x (roll)	K	p	ϕ
5	Rotasi sumbu-y (pitch)	M	q	θ
6	Rotasi sumbu-z (yaw)	N	r	ψ

Berikut merupakan Persamaan Gaya momen yang bekerja pada sway[6]:

$$\begin{aligned}
 Y = & Y_{ur}ur + Y_vv + Y_rr + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + Y_{rrr}r^3 \\
 & + Y_pp + Y_\phi\phi + Y_{vv\phi}v^2\phi + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 + Y_{rr\phi}r^2\phi \\
 & + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_\delta\delta + Y_{\delta\delta\delta}\delta^2
 \end{aligned}
 \tag{2.4}$$

Persamaan tersebut dapat digunakan untuk mencari kofisien hidrodinamika kapal dengan menggunakan metode Regresi Linear.

Keterangan :

- Y_{ur} : turunan gaya sway terhadap ur pada sumbu x dan z
 Y_v : turunan gaya sway terhadap v pada sumbu y
 Y_r : turunan gaya sway terhadap r pada sumbu z

- Y_{vvv} : turunan gaya sway terhadap vvv pada sumbu y
 Y_{vvr} : turunan gaya sway terhadap vvr pada sumbu y dan z
 Y_{vrr} : turunan gaya sway terhadap vrr pada sumbu y dan z
 Y_{rrr} : turunan gaya sway terhadap rrr pada sumbu y
 Y_p : turunan gaya sway terhadap p pada sumbu x
 Y_ϕ : turunan gaya sway terhadap ϕ pada sumbu x
 $Y_{vv\phi}$: turunan gaya sway terhadap $vv\phi$ pada sumbu y dan x
 $Y_{v\phi\phi}$: turunan gaya sway terhadap $v\phi\phi$ pada sumbu y dan x
 $Y_{rr\phi}$: turunan gaya sway terhadap $rr\phi$ pada sumbu z dan x
 $Y_{r\phi\phi}$: turunan gaya sway terhadap $r\phi\phi$ pada sumbu y dan x
 Y_δ : turunan gaya sway terhadap δ
 $Y_{\delta\delta\delta}$: turunan gaya sway terhadap $\delta\delta\delta$

Dalam Tugas Akhir ini, kapal yang digunakan sebagai model adalah kapal X dengan 4 derajat kebebasan. Berikut adalah cara perhitungan numerik untuk mendapatkan massa tambahan dan momen inersia menggunakan *Theory Strip*[7] dengan T adalah kedalaman kapal, L adalah panjang, B adalah lebar, C_B adalah koefisien blok, sehingga diperoleh[8]:

Berikut merupakan persamaan untuk menapatkan parameter $Y_{\dot{r}}$

$$-\frac{Y_{\dot{v}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 1 + 0.16 \frac{C_{BB}}{T} - 5.1 \left(\frac{B}{L}\right)^2 \quad (2.5)$$

Berikut merupakan persamaan untuk menapatkan parameter $Y_{\dot{r}}$

$$-\frac{Y_{\dot{r}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 0.67 \frac{B}{L} - 0.0033 \left(\frac{B}{T}\right)^2 \quad (2.6)$$

Berikut merupakan persamaan untuk menapatkan parameter $N_{\dot{v}}$

$$-\frac{N_{\dot{v}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 1.1 \frac{B}{L} - 0.041 \frac{B}{T} \quad (2.7)$$

Berikut merupakan persamaan untuk menapatkan parameter $N_{\dot{r}}$

$$-\frac{N_{\dot{r}}}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 0.083 + 0.017 \frac{C_{BB}}{T} - 0.33 \frac{B}{L} \quad (2.8)$$

2.3 Model Kalman Filter (KF)

Metode Kalman Filter diperkenalkan pertama kali oleh R.E Kalman pada tahun 1960 [9]. Kalman Filter merupakan sebuah algoritma pengolahan data yang optimal. Kalman Filter merupakan suatu estimator sistem dinamik linear. Kalman Filter mampu mengestimasi variabel keadaan dinamis dari sistem dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi dan tahap koreksi. Tahap prediksi (time update) merupakan tahap estimasi dari sistem model dinamik, sedangkan tahap koreksi (measurement update) merupakan tahap estimasi dari model pengukuran [10]. Algoritma Kalman Filter waktu diskrit ditulis seperti berikut :

Model sistem :

$$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k \quad (2.9)$$

Model pengukuran :

$$z_k = Hx_k + v_k \quad (2.10)$$

Dengan asumsi :

$$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$$

Keterangan :

x_0 : inisial dari sistem

x_{k+1} : variabel keadaan sistem pada waktu $k + 1$ dan berdimensi $n \times 1$

x_k : variabel keadaan sistem pada waktu k yang nilai estimasi awalnya \bar{x}_0 dan kovarian awal P_{x0} , $x_k \in R^n$

u_k : vektor masukan deterministik pada waktu k , $u_k \in R^n$

w_k : noise pada sistem dengan mean $\bar{w}_k = 0$ dan varian R_k

z_k : variabel pengukuran, $z_k \in R^m$

v_k : noise pada pengukuran dengan mean $\bar{v}_k = 0$ dan varian R_k

A, B, G, H : matriks-matriks dengan nilai elemen-elemennya adalah koefisien variabel keadaan sistem

Pada Kalman Filter, estimasi dilakukan dengan dua tahapan yaitu tahap prediksi (time update) dan tahap koreksi (measurement update). Tahap prediksi dipengaruhi oleh dinamika sistem dengan memprediksi variabel keadaan dan tingkat akurasiya dihitung menggunakan persamaan kovarian error atau norm kovarian error.

Pada tahap koreksi, hasil estimasi variabel keadaan yang diperoleh pada tahap sebelumnya dikoreksi menggunakan model pengukuran untuk memperbaiki estimasi sesudahnya. Salah satu bagian dari tahap ini menentukan matriks Kalman Gain yang digunakan untuk meminimumkan kovariansi error [10].

Tahap prediksi dan tahap koreksi akan diulang terus menerus sampai waktu k yang ditentukan. Algoritma Kalman Filter diberikan pada tabel 2.2.

Tabel 2.2. Algoritma Kalman Filter

Model Sistem	$x_{k+1} = Ax_k + Bu_k + Gw_k$
Model Pengukuran	$z_k = Hx_k + v_k$
Asumsi	$x_0 \sim N(\bar{x}_0, P_{x0}), w_k \sim N(0, Q_k), v_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	$\hat{x}_0 = \bar{x}_0$ $P_0 = P_{x0}$
Tahap Prediksi	Estimasi : $\hat{x}_{k+1}^- = A\hat{x}_k + Bu_k$ Kovarian error : $P_{k+1}^- = AP_k A^T + GQG^T$
Tahap Koreksi	Kalman Gain : $K_{k+1} = P_{k+1}^- H^T (HP_{k+1}^- H^T)^{-1}$ Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_{k+1}(z_{k+1} - H\hat{x}_{k+1}^-)$ Kovarian Error : $P_{k+1} = [I - K_{k+1}H_{k+1}]P_{k+1}^-[I - K_{k+1}H_{k+1}]^T + K_{k+1}RK_{k+1}^T$

2.4 Model Ensemble Kalman Filter (EnKF)

Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) pertama kali diperkenalkan oleh Evensen dengan membangkitkan atau menggunakan sejumlah *ensemble* pada tahap prediksi untuk mengestimasi kovarian errornya [10]

Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) merupakan salah satu metode dalam asimilasi data yang telah banyak digunakan untuk mengestimasi berbagai persoalan berbentuk model sistem nonlinier, dan telah ditunjukkan bahwa mampu menyelesaikan model dari sistem dinamik nonlinier dan ruang keadaan (*state space*) yang besar[10]

Metode ini terkenal dalam hal keuntungannya karena kesederhanaan dari formulasi konsepnya dan relatif mudah untuk diimplementasikan. Metode ini telah banyak diaplikasikan dalam mengestimasi berbagai permasalahan[10]

2.4.1 Tahap Inisialisasi

Proses estimasi diawali dengan membangkitkan sejumlah N ensemble yang merupakan representasi dari variabel keadaan (*variable state*) dengan mean 0 dan kovariannya sama dengan 1.

Membangkitkan N *ensemble* dalam bentuk matriks yang berukuran $n \times N$ sesuai dengan tebakan awal \bar{x}_0 dengan n banyaknya variabel keadaan dan N banyaknya *ensemble*.

Dalam penelitian ini, variabel yang akan diestimasi adalah :

$$X = [u, v, p, r, x_0, y_0, \phi, \psi, X, \dot{X}, \ddot{X}, Y, \dot{Y}, \ddot{Y}, K, \dot{K}, \ddot{K}, N, \dot{N}, \ddot{N}] \quad (2.11)$$

maka diperoleh matriks *ensemble* yang berkaitan dengan nilai awal sebagai berikut :

$$x_{0,i} = \begin{bmatrix} x_{10,1} & x_{10,2} & x_{10,3} & \dots & x_{10,20} & \dots & x_{10,N} \\ x_{20,1} & x_{20,2} & x_{20,3} & \dots & x_{20,20} & \dots & x_{20,N} \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ x_{190,1} & x_{190,2} & x_{190,3} & \dots & x_{190,20} & \dots & x_{190,N} \\ x_{200,1} & x_{200,2} & x_{200,3} & \dots & x_{200,20} & \dots & x_{200,N} \end{bmatrix} \quad (2.12)$$

Selanjutnya menentukan nilai awal berdasarkan matriks *ensemble*

$$\hat{x}_0 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N x_{0,i} \quad (2.13)$$

$$\hat{x}_0 = \frac{1}{N} \begin{bmatrix} x_{10,1} & x_{10,2} & x_{10,3} & \dots & x_{10,20} & \dots & x_{10,N} \\ x_{20,1} & x_{20,2} & x_{20,3} & \dots & x_{20,20} & \dots & x_{20,N} \\ & & & & & & \\ & & & & & & \\ x_{190,1} & x_{190,2} & x_{190,3} & \dots & x_{190,20} & \dots & x_{190,N} \\ x_{200,1} & x_{200,2} & x_{200,3} & \dots & x_{200,20} & \dots & x_{200,N} \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

2.4.2 Tahap Prediksi

Pada tahap prediksi ditentukan estimasi *ensemble*, mean estimasi dan kovarian error estimasi. Estimasi *ensemble* ditentukan dengan cara sebagai berikut :

$$\hat{x}_{k,i}^- = f(\hat{x}_{k-1} - u_{k-1}) + W_{k,i} \text{ dengan } N(0, Q_k) \quad (2.15)$$

Dari persamaan estimasi *Ensemble Kalman Filter* (EnKF)

untuk $i = 1$ sampai dengan $i = N$, diperoleh persamaan estimasi *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dengan jumlah *ensemble* sebanyak N dan k iterasi.

$$\hat{x}_{k,i}^- = [f(\hat{x}_{k-1} - u_{k-1}) \ f(\hat{x}_{k-1} - u_{k-1}) \ \dots \ f(\hat{x}_{k-1} - u_{k-1})] + [W_{k,1} \ W_{k,2} \ \dots \ W_{k,20} \ \dots \ W_{k,N}] \quad (2.16)$$

Kemudian ditentukan state estimasi sebagai berikut :

$$\hat{x}_k^- = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \hat{x}_{k,i}^- \quad (2.17)$$

Dengan kovarian error sebagai berikut :

$$P_k^- = \frac{1}{N-1} \sum_{i=1}^N (\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_k^-)^T \quad (2.18)$$

Selanjutnya nilai estimasi dan kovarian error yang sudah dihitung akan dikoreksi keakuratan.

2.4.3 Tahap Koreksi

Tahap koreksi diawali dengan memasukkan data pengukuran ke dalam matriks $m \times N$ dengan m adalah banyaknya variabel pengukuran.

$$z_{k,i} = z_k + v_{k,i} \text{ dengan } v_{k,i} \sim N(0, R_k) \quad (2.19)$$

$v_{k,i}$ merupakan vektor random berdistribusi normal dengan mean sama dengan nol dan kovarian sama dengan kovarian pengukuran.

$$z_k = H_k x_k + v_k \text{ dan } i = 1, 2, 3, \dots, N \quad (2.20)$$

Selanjutnya menghitung $z_{k,i} = z_k + v_k$ dengan

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (2.21)$$

Data pengukuran untuk $i = 1$ sampai dengan $i = N$ diatas, sehingga diperoleh persamaan data pengukuran dengan jumlah *ensemble* sebanyak N dan k iterasi.

$$z_k = [z_{k,1} \quad z_{k,2} \quad \dots \quad z_{k,20} \quad \dots \quad z_{k,N}] \quad (2.22)$$

Selanjutnya ditentukan Kalman Gain dngan persamaan :

$$K_k = P_k^- H_k^T (H_k^- H_k^T + R_k)^{-1} \quad (2.23)$$

Matriks Kalman Gain digunakan untuk menentukan estimasi *ensemble* sebagai berikut

$$\hat{x}_{k-1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_k(z_{k,i} - H_k \hat{x}_{k,i}^-) \quad (2.24)$$

Dari persamaan diatas diperoleh mean estimasi

$$\hat{x}_{k,i}^- = \frac{1}{N} \sum_i^N \hat{x}_{k,i}^- \quad (2.25)$$

Kovarian error dihitung dengan persamaan

$$P_k = [I - K_k H_k] P_k^- \quad (2.26)$$

Algoritma *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dibuat dari modifikasi algoritma Kalman Filter. Dari uraian sebelumnya maka algoritma *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dapat dituliskan ke dalam bentuk tabel 2.3.

Tabel 2.3. Algoritma *Ensemble Kalman Filter* (EnKF)

Model Sistem	$x_{k+1} = f(x_k, U_k) + W_k$
Model Pengukuran	$z_k = H_k x_k + v_k$
Asumsi	$W_k \sim N(0, Q_k), V_k \sim N(0, R_k)$
Inisialisasi	<p>Bangkitkan N <i>ensemble</i> sesuai dengan tebakan awal \bar{x}_0</p> $x_{0,i} = [x_{0,1} \quad x_{0,2} \quad x_{0,3} \quad \dots \quad x_{0,N}]$ <p>Tentukan nilai awal : $\hat{x}_0 = \frac{1}{N} \sum_i^N x_{0,i}$</p>
Tahap Prediksi	$\hat{x}_{\bar{k}} = f(\hat{x}_{k-1}, U_{k-1}) + W_{k,i}$ <p>Estimasi : $\hat{x}_{k,i}^- = \frac{1}{N} \sum_i^N \hat{x}_{k,i}^-$</p> <p>Kovarian error : $P_k^- = \frac{1}{N-1} \sum_i^N (\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_{\bar{k}})(\hat{x}_{k,i}^- - \hat{x}_{\bar{k}})^T$</p>
Tahap Koreksi	$z_{k,i} = z_k + v_{k,i} \text{ dengan } v_{k,i} \sim N(0, R_k)$ <p>Kalman Gain : $K_k = P_k^- H_k^T (H_k P_k^- H_k^T + R_k)^{-1}$</p> <p>Estimasi : $\hat{x}_{k+1} = \hat{x}_{k+1}^- + K_k (z_{k,i} - H_k \hat{x}_{k,i}^-)$</p> <p>Kovarian Error :</p> $P_k = [I - K_k H_k] P_k^-$

2.5 Analisis Regresi

Regresi merupakan sebuah alat yang dapat berguna untuk meramalkan sesuatu di masa depan berdasarkan informasi masa lalu dan sekarang guna memperkecil kesalahan di masa yang akan datang. Secara umum ada dua macam hubungan antara dua variabel atau lebih, yaitu bentuk hubungan dan keeratan hubungan. Untuk mengetahui bentuk hubungan digunakan analisis regresi. Untuk keeratan hubungan dapat diketahui dengan analisis korelasi. Analisis regresi dipergunakan untuk menelaah hubungan antara dua variabel atau lebih, terutama untuk menelusuri pola hubungan yang modelnya belum diketahui dengan sempurna, atau untuk mengetahui bagaimana variasi dari beberapa variabel bebas (prediktor X atau *independent variable*) mempengaruhi variabel terikat (respon Y atau *dependent variable*) dalam suatu fenomena yang kompleks. Jika X_1, X_2, \dots, X_i adalah variabel-variabel independen dan Y adalah variabel dependen, maka terdapat hubungan fungsional antara X dan Y , di mana variasi dari X akan diiringi pula oleh variasi dari Y .

Regresi sederhana bertujuan untuk mempelajari hubungan antara dua variabel (Walpole, 1995). Model regresi sederhana adalah sebagai berikut.

$$Y_i = a + bX_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.27)$$

Keterangan: X_i = variabel bebas ke- i

Y_i = variabel terikat ke- i

a, b = parameter yang nilainya tidak diketahui

ε_i = standar *error*

BAB III

METODOLOGI PENELITIAN

Bab ini akan menjabarkan metode - metode yang diterapkan dalam menyelesaikan permasalahan yang diangkat dalam Tugas Akhir ini. Dengan mengacu pada tinjauan pustaka yang terdapat pada bab sebelumnya, metode yang akan dijabarkan disini akan memperjelas apa saja yang dilakukan dalam menyelesaikan permasalahan tersebut.

3.1 Studi Literatur

Pada tahap ini dilakukan studi referensi tentang model kapal, metode *Ensemble Kalman Filter* dan Regresi linear. Referensi yang digunakan adalah buku, skripsi, thesis dan paper-paper dalam jurnal ilmiah yang berkaitan dengan topik pada Tugas Akhir ini.

3.2 Identifikasi Model

Data perilaku gerak kapal dengan menggunakan 4 *Degree Of Freedom (DOF)* yang didapat dari *Free Running Model (FRM) test* melalui *Turning test* yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia berupa sudut *roll*, *yaw*, posisi x_0, y_0 dengan 7687 data, dengan mengambil 4000 data yang di ambil kelipatan 40 secara urut, dari data tersebut dilakukan:

1. Menghitung sudut *roll* dan sudut *yaw* menjadi kecepatan sudut *roll* dan *yaw* menggunakan bantuan *microsoft excel*
2. Mengubah posisi x dan y dari milimeter ke satuan meter menggunakan bantuan *microsoft excel*
3. Menghitung Pertambahan massa, pertambahan momen dengan menggunakan *Strip Theory* dan mengubah semua parameter ke dalam bentuk non dimensional untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal dalam skala model 1:15
4. Membentuk model dinamika kapal 4 DOF dengan ukuran kapal X

5. Menentukan variabel yang akan diestimasi menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF)
6. Dilakukan diskritisasi dari persamaan dalam model sistem dinamik karena data yang digunakan adalah data diskrit, sehingga perlu untuk mendiskritkan suatu model sistem dengan rumus beda maju: $\dot{x} = \frac{x_{k+1} - x_k}{\Delta t}$
7. Menentukan model sistem dan model pengukuran *Ensemble Kalman Filter* (EnKF)

3.3 Simulasi Metode EnKF dengan Matlab

Mengimplementasikan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dalam mengestimasi koefisien hidrodinamika pada kapal yaitu :

1. Tahap inisialisasi :
Membangkitkan N *ensemble* dan menentukan nilai awal \bar{x}_0 dengan nilai awal dari *Free Running Model (FRM) test* melalui *Turning test* yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia dan rujukan yang menjadi acuan penelitian
2. Tahap prediksi :
Menentukan estimasi *ensemble*, mean estimasi, kovarian error estimasi
3. Tahap koreksi :
Pada tahap koreksi ini menghitung Kalman Gain, kovarian error pada model pengukuran kemudian diperoleh hasil estimasi. Model pengukuran diambil dari data yang diperoleh dari LHI (Laboratorium Hidrodinamika Indonesia). Data tersebut berupa x_0 (posisi kapal disumbu x), y_0 (posisi kapal disumbu y), ϕ (sudut *roll*), ψ (sudut *yaw*).

Sehingga dapat diketahui pula nilai RMSE yaitu akar dari rata-rata data pengukuran dikurangi hasil estimasi yang di kuadratkan.

3.4 Simulasi Regresi Linear dengan Minitab

Pada tahap ini akan dicari koefisien hidrodinamika kapal dengan mengestimasi menggunakan metode Regresi Linier. Pada penelitian ini untuk mencari koefisien hidrodinamika kapal difokuskan pada gaya momen yang bekerja pada $Y(\text{sway})$, dimana Model gaya momen yang bekerja pada Sway adalah:

$$\begin{aligned} Y = & Y_{ur}ur + Y_vv + Y_rr + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + Y_{rrr}r^3 \\ & + Y_pp + Y_\phi\phi + Y_{vv\phi}v^2\phi + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 \\ & + Y_{rr\phi}r^2\phi + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_\delta\delta + Y_{\delta\delta\delta}\delta^2 \end{aligned}$$

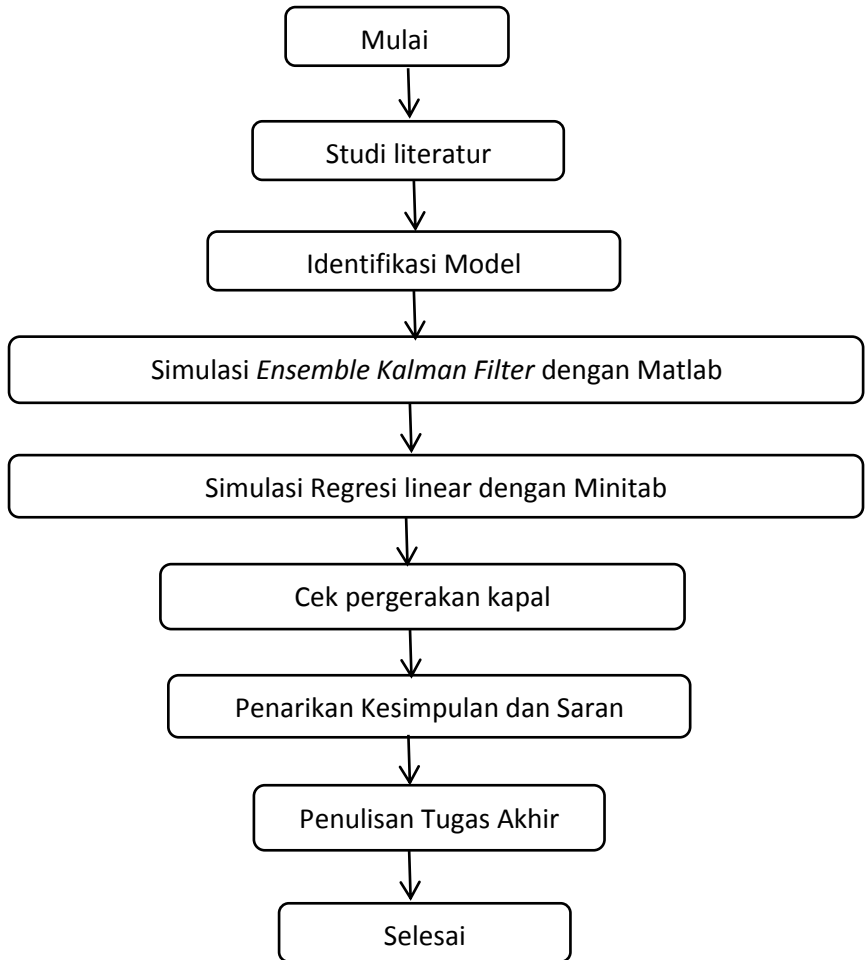
Untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal dibutuhkan nilai Y, u, v, r, ϕ yang didapatkan dari hasil estimasi *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dengan rumus regresi yang digunakan $Y = H\theta + \varepsilon$ sehingga didapatkan hasil estimasi Y yang akan dibandingkan dengan estimasi menggunakan *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) sebagai validasi.

3.5 Cek Pergerakan Kapal

Mengetahui gerak kapal (x, y) dari koefisien yang didapatkan pada estimasi menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) sehingga dapat diplot lintasan model kapal eksperimen dan lintasan model kapal estimasi dengan RMSE terkecil.

3.6 Diagram Alir Penelitian

Alur penelitian yang dilakukan dalam Tugas Akhir ini diperlihatkan pada diagram alir berikut :



Gambar 3.1. Diagram Alir Penelitian

BAB IV ANALISIS DAN PEMBAHASAN

Pada bab sebelumnya telah diketahui nilai massa tambahan dan momen inersia dan langkah-langkah mendapatkan variabel yang akan diestimasi pada suatu model kapal X, sehingga pada bab ini akan dibahas tentang implementasi metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) untuk estimasi koefisien hidrodinamika kapal, kemudian disimulasikan menggunakan *software* MATLAB untuk memperoleh tingkat keakurasian dan menganalisis hasilnya

4.1 Model Matematika Dinamika Kapal X

Persamaan model dinamika kapal dideskripsikan pada persamaan(2.1) sebagai berikut :

$$\begin{aligned}
 (m - X\dot{u})\dot{u} &= m(vr + x_G r^2 - z_G pr) + X \\
 (m - Y\dot{v})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} &= -mur + Y \\
 -(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} &= mz_G ur + K \\
 (mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} &= -mx_G ur + N \quad (4.1)
 \end{aligned}$$

Dalam Tugas Akhir ini, kapal yang digunakan sebagai model adalah kapal Patroli dengan 4 derajat kebebasan. Berikut adalah cara perhitungan numerik untuk mendapatkan massa tambahan dan momen inersia menggunakan *Theory Strip*[7] dengan T adalah kedalaman kapal, L adalah panjang, B adalah lebar, C_B adalah koefisien blok dengan perbandingan skala model 1:15

Berdasarkan persamaan (2.5) didapatkan parameter $Y_{\dot{r}}'$ sebagai berikut

$$-\frac{Y_{\dot{v}}'}{\pi \left(\frac{T}{L}\right)^2} = 1 + 0.16 \frac{C_B B}{T} - 5.1 \left(\frac{B}{L}\right)^2$$

$$-\frac{Y'_v}{3.14\left(\frac{0.2015}{3.6}\right)^2} = 1 + 0.16\frac{0.65(0.6335)}{0.2015} - 5.1\left(\frac{0.6335}{3.6}\right)^2$$

$$Y'_v = -0.00929 \quad (4.2)$$

Berdasarkan persamaan (2.5) didapatkan parameter Y'_r sebagai berikut

$$-\frac{Y'_r}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 0.67\frac{B}{L} - 0.0033\left(\frac{B}{T}\right)^2$$

$$-\frac{Y'_r}{3.14\left(\frac{0.2015}{3.6}\right)^2} = 0.67\frac{0.6335}{3.6} - 0.0033\left(\frac{0.6335}{0.2015}\right)^2$$

$$Y'_r = -0.000555 \quad (4.3)$$

Berdasarkan persamaan (2.5) didapatkan parameter N'_v sebagai berikut

$$-\frac{N'_v}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 1.1\frac{B}{L} - 0.041\frac{B}{T}$$

$$-\frac{N'_v}{3.14\left(\frac{0.2015}{3.6}\right)^2} = 1.1\frac{0.6335}{3.6} - 0.041\frac{0.6335}{0.2015}$$

$$N'_v = -0.0003293 \quad (4.4)$$

Berdasarkan persamaan (2.5) didapatkan parameter N_r sebagai berikut

$$-\frac{N_r}{\pi\left(\frac{T}{L}\right)^2} = 0.083 + 0.017\frac{C_B B}{T} - 0.33\frac{B}{L}$$

$$-\frac{N_{\dot{r}}}{3.14 \left(\frac{0.2015}{3.6} \right)^2} = 0.083 + 0.017 \frac{0.65(0.6335)}{0.2015} - 0.33 \frac{0.6335}{3.6}$$

$$N_{\dot{r}} = -0.0005 \quad (4.5)$$

Berikut ini merupakan cara mendapatkan panjang kapal (L)

$$L' = \frac{L}{skala\ data} = \frac{54m}{15} = 3.6m \quad (4.6)$$

Berikut ini merupakan cara mendapatkan parameter lebar kapal (B)

$$B' = \frac{B}{skala\ data} = \frac{12m}{15} = 0.8m \quad (4.7)$$

Berikut ini merupakan cara mendapatkan parameter kedalaman kapal (T)

$$T' = \frac{T}{skala\ data} = \frac{3.5m}{15} = 0.23m \quad (4.8)$$

Berikut ini merupakan cara mendapatkan parameter inputan awal kecepatan sudut *roll*

$$x'_3 = \frac{x_3}{u} L$$

$$x'_3 = -0.14 \quad (4.9)$$

Berikut ini merupakan cara mendapatkan parameter inputan awal kecepatan sudut *yaw*

$$x'_4 = \frac{x_4}{u} L$$

$$x'_4 = 0.47 \quad (4.10)$$

Berikut ini merupakan cara mendapatkan parameter inputan awal posisi kapal pada sumbu x

$$x'_5 = \frac{x_5}{L}$$

$$x'_5 = -1.76 \quad (4.11)$$

Berikut ini merupakan cara mendapatkan parameter inputan awal posisi kapal pada sumbu y

$$x'_6 = \frac{x_6}{L}$$

$$x'_6 = 0.64 \quad (4.12)$$

Sehingga telah didapatkan nilai Y'_v, Y'_r, N'_v, N'_r selanjutnya membentuk model kapal dengan nilai parameter yang telah didapatkan.

Berikut adalah data parameter kapal non dimensional dengan perhitungan pada persamaan (4.2) sampai dengan (4.12) dan sesuai dengan data yang telah didapatkan pada rujukan sebelumnya[7].

Tabel 4.1. Parameter Model Kapal

parameter	nilai	Parameter	nilai
X_u	0.1	panjang(L)	3.6
Y_v	-0.00929	lebar(B)	0.8
Y_r	-0.00055	kedalaman kapal(T)	0.23
Y_p	1	massa air laut(ρ)	68.26
$K_{\dot{p}}, K_{\dot{v}}$	1	z_G	0.003
$N_{\dot{v}}$	-0.00033	x_G	0.35
$N_{\dot{r}}$	-0.0005	I_x	0.08583
massa(m)	108523.5	I_z	1.11575

Berdasarkan nilai parameter-nilai parameter yang telah didapatkan, maka didapatkan model matematika dinamika kapal dengan substitusi parameter yang telah didapat sebagai berikut.

$$\begin{aligned}(m - X\dot{u})\dot{u} &= m(vr + x_G r^2 - z_G pr) + X \\ \dot{u} &= \frac{(108523.5vr + 37983.225r^2 - 325.5705pr) + X}{(108523.4)} \\ \dot{u} &= 1.000001vr + 0.35r^2 - 0.003pr + 0.00001X\end{aligned}\quad (4.13)$$

Telah didapatkan persamaan model dinamika kapal \dot{u}

$$\begin{aligned}(m - Y\dot{v})\dot{v} - (mz_G + Y_{\dot{p}})\dot{p} + (mx_G - Y_{\dot{r}})\dot{r} &= -mur + Y \\ \dot{v} &= \frac{1287921085.93ur + Y - 362.5K - 34184.9N}{-1287921445.16} \\ \dot{v} &= -0.99ur - 0.000000001Y + 0.0000003K + 0.00003N\end{aligned}\quad (4.14)$$

Telah didapatkan persamaan model dinamika kapal \dot{v}

$$\begin{aligned}-(mz_G + K_{\dot{v}})\dot{v} + (I_x - K_{\dot{p}})\dot{p} &= mz_G ur + K \\ \dot{p} &= \frac{325.57ur + K + 324.57\dot{v}}{-0.9} \\ \dot{p} &= -1.1ur + 0.0000003Y - 1.1K - 0.01\end{aligned}\quad (4.15)$$

Telah didapatkan persamaan model dinamika kapal \dot{p}

$$\begin{aligned}(mx_G - N_{\dot{v}})\dot{v} + (I_z - N_{\dot{r}})\dot{r} &= -mx_G ur + N \\ \dot{r} &= \frac{-37983.23ur + N - (37983.225)\dot{v}}{1.12} \\ \dot{r} &= -0.01ur + 0.00003Y - 0.01K - 0.12N\end{aligned}\quad (4.16)$$

Sehingga didapatkan persamaan model dinamika kapal berdasarkan perhitungan pada persamaan (4.13)-(4.16) sebagai berikut.

$$\begin{aligned}\dot{u} &= 1.000001vr + 0.35r^2 - 0.003pr + 0.00001X \\ \dot{v} &= -0.99ur - 0.000000001Y + 0.0000003K + 0.00003N \\ \dot{p} &= -1.1ur + 0.0000003Y - 1.1K - 0.01 \\ \dot{r} &= -0.01ur + 0.00003Y - 0.01K - 0.12N\end{aligned}$$

Langkah selanjutnya adalah menentukan variabel yang akan diestimasi Model Dinamika Kapal X berdasarkan 4 derajat kebebasan.

4.2 Menentukan Variabel yang Akan Diestimasi

Sebelum masuk pada tahap diskritisasi model sistem kapal X, tahap sebelumnya yaitu menentukan variabel yang akan diestimasi. Variabel yang akan diestimasi merupakan variabel-variabel yang berpengaruh penting terhadap pergerakan kapal dalam persamaan model dinamika kapal, model kinematika kapal dan model dinamis gaya eksternal kapal.

$$x = [u \ v \ p \ r \ x_0 \ y_0 \ \phi \ \psi \ X \ \dot{X} \ \ddot{X} \ Y \ \dot{Y} \ \ddot{Y} \ K \ \dot{K} \ \ddot{K} \ N \ \dot{N} \ \ddot{N}]^T \quad (4.17)$$

Untuk memudahkan perhitungan variabel yang akan di estimasi, maka dimisalkan :

$$\begin{aligned}x_1 &= u \\ x_2 &= v \\ x_3 &= p \\ x_4 &= r \\ x_5 &= x_0 \\ x_6 &= y_0 \\ x_7 &= \phi \\ x_8 &= \psi \\ x_9 &= X\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
x_{10} &= \dot{x}_9 = \dot{X} \\
x_{11} &= \dot{x}_{10} = \ddot{X} \\
w_X(t) &= \dot{x}_{11} = \ddot{X} \\
Y &= x_{12} = Y \\
x_{13} &= \dot{x}_{12} = \dot{Y} \\
x_{14} &= \dot{x}_{13} = \ddot{Y} \\
w_Y(t) &= \dot{x}_{14} = \ddot{Y} \\
x_{15} &= K \\
x_{16} &= \dot{x}_{15} = \dot{K} \\
x_{17} &= \dot{x}_{16} = \ddot{K} \\
w_K(t) &= \dot{x}_{17} = \ddot{K} \\
x_{18} &= N \\
x_{19} &= \dot{x}_{18} = \dot{N} \\
x_{20} &= \dot{x}_{19} = \ddot{N} \\
w_N(t) &= \dot{x}_{20} = \ddot{N}
\end{aligned} \tag{4.18}$$

Sehingga state variabel yang akan diestimasi menggunakan implementasi *Ensemble Kalman Filter* menjadi :

$$\mathbf{x} = [x_1 \ x_2 \ x_3 \ x_4 \ x_5 \ x_6 \ x_7 \ x_8 \ x_9 \ x_{10} \ x_{11} \ x_{12} \ x_{13} \ x_{14} \ x_{15} \ x_{16} \ x_{17} \ x_{18} \ x_{19} \ x_{20}]^T \tag{4.19}$$

4.3 Diskritisasi Model Sistem Kapal X

Selanjutnya proses diskritisasi pada persamaan model sistem, model sistem yang didapatkan bergantung pada waktu sehingga digunakan metode beda hingga maju dengan memprediksi satu langkah kedepan untuk mendapatkan sistem waktu diskrit.

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan u atau x_1 merupakan kecepatan *surge* pada kapal X:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_1 &= 1.0000001x_2x_4 + 0.35x_4^2 - 0.003x_3x_4 + 0.00001x_9 \\
\frac{x_{1k+1} - x_{1k}}{\Delta t} &= (1.0000001x_{2k}x_{4k} + 0.35x_{4k}^2 - 0.003x_{3k}x_{4k} \\
&\quad + 0.00001x_{9k}) \\
x_{1k+1} &= \Delta t(1.0000001x_{2k}x_{4k} + 0.35x_{4k}^2 - 0.003x_{3k}x_{4k} \\
&\quad + 0.00001x_{9k}) + x_{1k}
\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan v atau x_2 merupakan kecepatan *sway* pada kapal X:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_2 &= -0.99x_1x_4 - 0.000000001x_{12} + 0.0000003x_{15} \\
&\quad + 0.00003x_{18} \\
\frac{x_{2k+1} - x_{2k}}{\Delta t} &= (-0.99x_{1k}x_{4k} - 0.000000001x_{12k} \\
&\quad + 0.0000003x_{15k} + 0.00003x_{18k}) \\
x_{2k+1} &= \Delta t(-0.99x_{1k}x_{4k} - 0.000000001x_{12k} + 0.0000003x_{15k} \\
&\quad + 0.00003x_{18k}) + x_{2k}
\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan p atau x_3 merupakan kecepatan sudut *roll* pada kapal X:

$$\begin{aligned}
\dot{x}_3 &= -1.1x_1x_4 + 0.0000003x_{12} - 1.1x_{15} - 0.01x_{18} \\
\frac{x_{3k+1} - x_{3k}}{\Delta t} &= (-1.1x_{1k}x_{4k} + 0.0000003x_{12k} - 1.1x_{15k} \\
&\quad - 0.01x_{18k}) \\
x_{3k+1} &= \Delta t(-1.1x_{1k}x_{4k} + 0.0000003x_{12k} - 1.1x_{15k} - 0.01x_{18k}) \\
&\quad + x_{3k}
\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan r atau x_4 merupakan kecepatan sudut *yaw* pada kapal X:

$$\begin{aligned}\dot{x}_4 &= -0.01x_1x_4 + 0.00003x_{12} - 0.01x_{15} - 0.12x_{18} \\ \frac{x_{4k+1} - x_{4k}}{\Delta t} &= (-0.01x_{1k}x_{4k} + 0.00003x_{12k} - 0.01x_{15k} \\ &\quad - 0.12x_{18k}) \\ x_{4k+1} &= \Delta t(-0.01x_{1k}x_{4k} + 0.00003x_{12k} - 0.01x_{15k} - 0.12x_{18k}) \\ &\quad + x_{4k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_0 atau x_5 merupakan posisi kapal pada sumbu x :

$$\begin{aligned}\dot{x}_5 &= x_1 \cos(x_8) - x_2 \sin(x_8) \cos(x_7) \\ \frac{x_{5k+1} - x_{5k}}{\Delta t} &= (x_{1k} \cos(x_{8k}) - x_{2k} \sin(x_{8k}) \cos(x_{7k})) \\ x_{5k+1} &= \Delta t(x_{1k} \cos(x_{8k}) - x_{2k} \sin(x_{8k}) \cos(x_{7k})) + x_{5k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan y_0 atau x_6 merupakan posisi kapal pada sumbu y :

$$\begin{aligned}\dot{x}_6 &= x_1 \sin(x_8) - x_2 \cos(x_8) \cos(x_7) \\ \frac{x_{6k+1} - x_{6k}}{\Delta t} &= (x_{1k} \sin(x_{8k}) - x_{2k} \cos(x_{8k}) \cos(x_{7k})) \\ x_{6k+1} &= \Delta t(x_{1k} \sin(x_{8k}) - x_{2k} \cos(x_{8k}) \cos(x_{7k})) + x_{6k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan ϕ atau x_7 merupakan sudut *roll* pada Kapal X:

$$\begin{aligned}\dot{x}_7 &= x_3 \\ \frac{x_{7k+1} - x_{7k}}{\Delta t} &= (x_{3k}) \\ x_{7k+1} &= \Delta t(x_{3k}) + x_{7k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan ψ atau x_8 merupakan sudut *yaw* pada Kapal X:

$$\dot{x}_8 = x_4 \cos(x_7)$$

$$\frac{x_{8k+1} - x_{8k}}{\Delta t} = (x_{4k} \cos(x_{7k}))$$

$$x_{8k+1} = \Delta t(x_{4k} \cos(x_{7k})) + x_{8k}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_9 merupakan gaya dan momen *surge* pada Kapal X:

$$\dot{x}_9 = x_{10}$$

$$\frac{x_{9k+1} - x_{9k}}{\Delta t} = (x_{10k})$$

$$x_{9k+1} = \Delta t(x_{10k}) + x_{9k}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{10} merupakan gaya dan momen *surge* pada Kapal X:

$$\dot{x}_{10} = x_{11}$$

$$\frac{x_{10k+1} - x_{10k}}{\Delta t} = (x_{11k})$$

$$x_{10k+1} = \Delta t(x_{11k}) + x_{10k}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{11} merupakan gaya dan momen *surge* pada Kapal X:

$$\dot{x}_{11} = w_x(t)$$

$$\frac{x_{11k+1} - x_{11k}}{\Delta t} = (w_x(t))_k$$

$$x_{11k+1} = \Delta t(w_x(t))_k + x_{11k}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{12} merupakan gaya dan momen *sway* pada Kapal X:

$$\dot{x}_{12} = x_{13}$$

$$\frac{x_{12k+1} - x_{12k}}{\Delta t} = (x_{13k})$$

$$x_{12k+1} = \Delta t(x_{13k}) + x_{12k}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{13} merupakan gaya dan momen *sway* pada Kapal X:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{13} &= x_{14} \\ \frac{x_{13_{k+1}} - x_{13_k}}{\Delta t} &= (x_{14_k}) \\ x_{13_{k+1}} &= \Delta t(x_{14_k}) + x_{13_k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{14} merupakan gaya dan momen *sway* pada Kapal X:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{14} &= w_Y(t) \\ \frac{x_{14_{k+1}} - x_{14_k}}{\Delta t} &= (w_Y(t))_k \\ x_{14_{k+1}} - x_{14_k} &= \Delta t(w_Y(t))_k \\ x_{14_{k+1}} &= \Delta t(w_Y(t))_k + x_{14_k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{15} merupakan gaya dan momen *roll* pada Kapal X:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{15} &= x_{16} \\ \frac{x_{15_{k+1}} - x_{15_k}}{\Delta t} &= (x_{16_k}) \\ x_{15_{k+1}} &= \Delta t(x_{16_k}) + x_{15_k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{16} merupakan gaya dan momen *roll* pada Kapal X:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{16} &= x_{17} \\ \frac{x_{16_{k+1}} - x_{16_k}}{\Delta t} &= (x_{17_k}) \\ x_{16_{k+1}} &= \Delta t(x_{17_k}) + x_{16_k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{17} merupakan gaya dan momen *roll* pada Kapal X:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{17} &= w_K(t) \\ \frac{x_{17_{k+1}} - x_{17_k}}{\Delta t} &= (w_K(t))_k \\ x_{17_{k+1}} &= \Delta t(w_K(t))_k + x_{17_k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{18} merupakan gaya dan momen *yaw* pada Kapal X:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{18} &= x_{19} \\ \frac{x_{18_{k+1}} - x_{18_k}}{\Delta t} &= (x_{19_k}) \\ x_{18_{k+1}} &= \Delta t(x_{19_k}) + x_{18_k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{19} merupakan gaya dan momen *yaw* pada Kapal X:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{19} &= x_{20} \\ \frac{x_{19_{k+1}} - x_{19_k}}{\Delta t} &= (x_{20_k}) \\ x_{19_{k+1}} &= \Delta t(x_{20_k}) + x_{19_k}\end{aligned}$$

Berikut diskritisasi beda maju pada persamaan x_{19} merupakan gaya dan momen *yaw* pada Kapal X:

$$\begin{aligned}\dot{x}_{20} &= w_N(t) \\ \frac{x_{20_{k+1}} - x_{20_k}}{\Delta t} &= (w_N(t))_k \\ x_{20_{k+1}} &= \Delta t(w_N(t))_k + x_{20_k}\end{aligned} \tag{4.20}$$

Dari proses diskritisasi beda maju telah didapatkan model sistem yang digunakan untuk estimasi koefisien hidrodinamika kapal menggunakan metode *Ensemble Kalman Fiter* (EnKF)

dengan menggunakan *software* Matlab, berikut hasil diskritisasi model sistem yang diperoleh :

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \\ x_{15} \\ x_{16} \\ x_{17} \\ x_{18} \\ x_{19} \\ x_{20-k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta t(1.0000001x_2x_4 + 0.35x_4^2 - 0.003x_3x_4 + 0.00001x_9) + x_1 \\ \Delta t(-0.99x_1x_4 - 0.000000001x_{12} + 0.0000003x_{15} + 0.00003x_{18}) + x_2 \\ \Delta t(-1.1x_1x_4 + 0.0000003x_{12} - 1.1x_{15} - 0.01x_{18}) + x_3 \\ \Delta t(-0.01x_1x_4 + 0.00003x_{12} - 0.01x_{15} - 0.12x_{18}) + x_4 \\ \Delta t(x_1 \cos(x_8) - x_2 \sin(x_8) \cos(x_7)) + x_5 \\ \Delta t(x_1 \sin(x_8) - x_2 \cos(x_8) \cos(x_7)) + x_6 \\ \Delta t(x_3) + x_7 \\ \Delta t(x_4 \cos(x_7)) + x_8 \\ \Delta t(x_{10}) + x_9 \\ \Delta t(x_{11}) + x_{10} \\ \Delta t(w_X(t)) + x_{11} \\ \Delta t(x_{13}) + x_{12} \\ \Delta t(x_{14}) + x_{13} \\ \Delta t(w_Y(t)) + x_{14} \\ \Delta t(x_{16}) + x_{15} \\ \Delta t(x_{17}) + x_{16} \\ \Delta t(w_K(t)) + x_{17} \\ \Delta t(x_{19}) + x_{18} \\ \Delta t(x_{20}) + x_{19} \\ \Delta t(w_N(t)) + x_{20} \end{bmatrix}_k \quad (4.21)$$

Berdasarkan model sistem yang didapatkan, model sistem bersifat non linier karena ada variable yang memiliki pangkat lebih dari satu sehingga turunan kedua pada variable bernilai tidak nol dan state space variable yang besar maka untuk mengestimasiya digunakan metode *Ensemble Kalman Filter* . sebelum memasuki implementasi metode *Ensemble Kalman Filter* maka harus melewati tahap untuk menentukan model sistem EnKF dan model pengukuran EnKF.

A. Model Sistem

Model sistem yang digunakan pada penelitian ini adalah sebagai berikut:

$$x_{k+1} = f(x_k, U_k) + W_k$$

$$\begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \\ x_4 \\ x_5 \\ x_6 \\ x_7 \\ x_8 \\ x_9 \\ x_{10} \\ x_{11} \\ x_{12} \\ x_{13} \\ x_{14} \\ x_{15} \\ x_{16} \\ x_{17} \\ x_{18} \\ x_{19} \\ x_{20} \end{bmatrix}_{k+1} = \begin{bmatrix} \Delta t(1.0000001x_2x_4 + 0.35x_4^2 - 0.003x_3x_4 + 0.00001x_9) + x_1 \\ \Delta t(-0.99x_1x_4 - 0.00000001x_{12} + 0.0000003x_{15} + 0.00003x_{18}) + x_2 \\ \Delta t(-1.1x_1x_4 + 0.0000003x_{12} - 1.1x_{15} - 0.01x_{18}) + x_3 \\ \Delta t(-0.01x_1x_4 + 0.00003x_{12} - 0.01x_{15} - 0.12x_{18}) + x_4 \\ \Delta t(x_1 \cos(x_8) - x_2 \sin(x_8) \cos(x_7)) + x_5 \\ \Delta t(x_1 \sin(x_8) - x_2 \cos(x_8) \cos(x_7)) + x_6 \\ \Delta t(x_3) + x_7 \\ \Delta t(x_4 \cos(x_7)) + x_8 \\ \Delta t(x_{10}) + x_9 \\ \Delta t(x_{11}) + x_{10} \\ \Delta t(w_X(t)) + x_{11} \\ \Delta t(x_{13}) + x_{12} \\ \Delta t(x_{14}) + x_{13} \\ \Delta t(w_Y(t)) + x_{14} \\ \Delta t(x_{16}) + x_{15} \\ \Delta t(x_{17}) + x_{16} \\ \Delta t(w_K(t)) + x_{17} \\ \Delta t(x_{19}) + x_{18} \\ \Delta t(x_{20}) + x_{19} \\ \Delta t(w_N(t)) + x_{20} \end{bmatrix}_k + \begin{bmatrix} Q_{k,1} \\ Q_{k,2} \\ \vdots \\ Q_{k,20} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

Matriks model sistem berbentuk matriks berukuran 20×1 dan matriks noise sistem berbentuk matriks berukuran 20×1 dengan kovarian error (Q) sebesar (10^{-6})

B. Model Pengukuran

Model pengukuran yang digunakan pada penelitian ini adalah data yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI) dengan persamaan sebagai berikut:

$$z_k = H_k x_k + v_k$$

Vektor pengukuran H ditentukan dari variabel keadaan yang dijadikan variabel pengukuran yaitu $x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8$ meliputi kecepatan sudut *roll*, kecepatan sudut *yaw*, posisi x_0 dan posisi y_0 , sudut *roll*, sudut *yaw*, dengan matriks pengukuran H sebagai berikut:

$$H = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.23)$$

Model pengukuran didapatkan dari matriks pengukuran H berbentuk matriks berukuran 6×20 dengan dikalikan matriks sistem berukuran 20×1 ditambah matriks *noise* pengukuran (V_k) yaitu akar dari kovarian error (R_k) dikalikan matriks random berukuran 6×1 dengan kovarian error (R_k) berukuran matriks 6×6 dikalikan R bernilai $2 * (10^{-7})$.

4.4 Implementasi Metode *Ensemble Kalman Filter*

Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) digunakan untuk model sistem nonlinear dengan state space yang besar. Pada *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) proses estimasi dilakukan dengan tiga tahapan, yang pertama adalah Tahap Inisialisasi, kedua Tahap Prediksi, terakhir Tahap Koreksi. Pada proses ini dilakukan dengan bantuan *software* MATLAB.

A. Inisialisasi

Tahap inisialisasi merupakan inputan awal dengan membangkitkan sejumlah N *ensemble* untuk mengestimasi Koefisien Hidrodinamika Kapal sebanyak 50, 100, 200, 300 *ensemble* terhadap data yang telah didapatkan dari uji *Free Running Model* (FRM) tes Laboratorium Hidrodinamika Kapal (LHI) dan dari rujukan penelitian. Berikut inisialisasi yang digunakan pada penelitian ini:

Tabel 4.2. Inisialisasi

variabel	Nilai
$x_1(0)$	7.71
$x_2(0)$	0
$x_3(0)$	-0.624
$x_4(0)$	2.0175
$x_5(0)$	-6.35
$x_6(0)$	2.2965
$x_7(0)$	1.83
$x_8(0)$	3.375
$x_9(0)$	-50000
$x_{10}(0)$	3.6
$x_{11}(0)$	2.5
$x_{12}(0)$	-0.03004
$x_{13}(0)$	0
$x_{14}(0)$	-0.72
$x_{15}(0)$	0
$x_{16}(0)$	0
$x_{17}(0)$	0.01
$x_{18}(0)$	0
$x_{19}(0)$	0
$x_{20}(0)$	0.01

Data yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI) adalah sudut *roll*, sudut *yaw*, posisi x dan y dalam satuan millimeter(mm) yang akan diubah menjadi x_3, x_4, x_5, x_6 yaitu kecepatan sudut *roll*, kecepatan sudut *yaw*, posisi x_0 dan posisi y_0 dalam satuan meter(m). berikut merupakan perhitungan nya:

Untuk inisialisasi nilai awal x_3 , didapat dengan perhitungan dibawah ini

$$\omega = \frac{\theta_{k+1} - \theta_k}{\Delta t} = \frac{-0.000503528 - (-0.001207768)}{0.02} = 0.035212$$

sehingga didapat $x_3 = 0.035212 \text{ rad/s}$

Untuk inisialisasi nilai awal x_4 , didapat dengan perhitungan dibawah ini

$$\omega = \frac{\theta_{k+1} - \theta_k}{\Delta t} = \frac{0.032439402 - 0.032588453}{0.02} = -0.00745255$$

Sehingga didapat $x_4 = -0.00745255 \text{ rad/s}$

Untuk inisialisasi nilai awal x_5 , didapat dengan perhitungan dibawah ini

$$-6155.94854 \text{ mm} = -6.15594854 \text{ m}$$

Sehingga didapat $x_5 = -6.15594854 \text{ m}$

Untuk inisialisasi nilai awal x_6 , didapat dengan perhitungan dibawah ini

$$-476.96238 \text{ mm} = -0.47696238 \text{ m}$$

Sehingga didapat $x_6 = -0.47696238 \text{ m}$

(4.24)

Sehingga nilai yang didapatkan dapat digunakan untuk *input* awal untuk masuk ditahap simulasi *Ensemble Kalman Filter* (EnKF)

4.5 Hasil Simulasi Ensemble Kalman Filter (EnKF)

Berikut merupakan hasil simulasi menggunakan Implementasi Metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dengan *ensemble* 50, 100, 200 dan 300 menggunakan *software* MATLAB untuk estimasi koefisien hidrodinamika kapal dengan RMSE sebagai berikut.

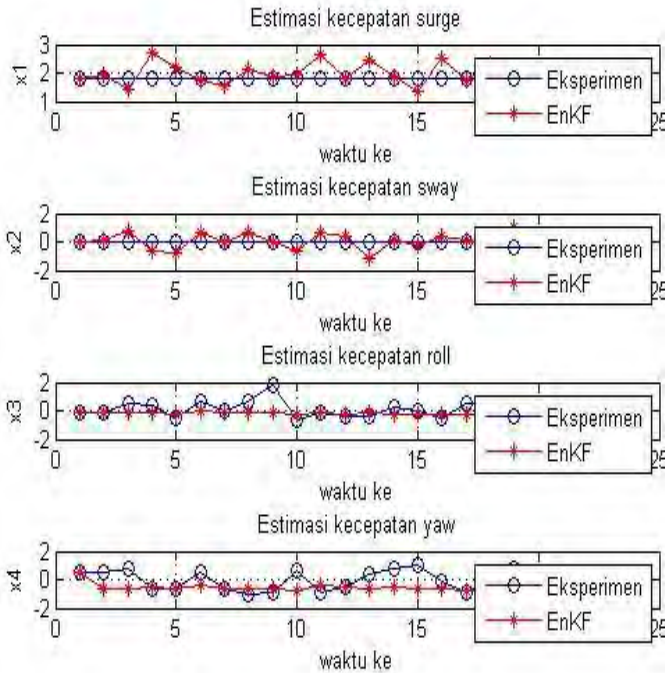
Tabel 4.3. RMSE EnKF

Variabel	<i>Ensemble</i> 50	<i>Ensemble</i> 100	<i>Ensemble</i> 200	<i>Ensemble</i> 300
x_1	0.215897	0.159412	0.088461	0.080987
x_2	0.149942	0.160128	0.099906	0.073149
x_3	0.204523	0.187607	0.188991	0.18671
x_4	0.904461	0.888632	0.909463	0.88694
x_5	0.192991	0.194442	0.183304	0.17659
x_6	0.104621	0.119253	0.126419	0.10078
x_7	0.65145	0.646285	0.655035	0.63777
x_8	0.440184	0.44033	0.433062	0.43022
x_9	0.239153	0.115206	0.072039	0.02913
x_{10}	0.115635	0.1016	0.082643	0.073968
x_{11}	0.090245	0.115885	0.098091	0.075985
x_{12}	0.214093	0.080742	0.107646	0.061801
x_{13}	0.215897	0.159412	0.088461	0.080987
x_{14}	0.164372	0.111618	0.107311	0.076657
x_{15}	0.164318	0.104113	0.081564	0.080033
x_{16}	0.173824	0.106046	0.088562	0.063231
x_{17}	0.148343	0.131921	0.093657	0.076602
x_{18}	0.219502	0.12072	0.070078	0.069255
x_{19}	0.187134	0.176642	0.103998	0.05307
x_{20}	0.148732	0.130087	0.075842	0.057055

Pengambilan *ensemble* 50, 100, 200 dan 300 telah dipilih berdasarkan pada jurnal dan penelitian yang sudah ada dengan nilai RMSE yaitu akar dari rata-rata data pengukuran dikurangi hasil estimasi yang di kuadratkan. Pada tabel (4.3) nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_1) sebesar 0.080987 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *sway* (x_2)

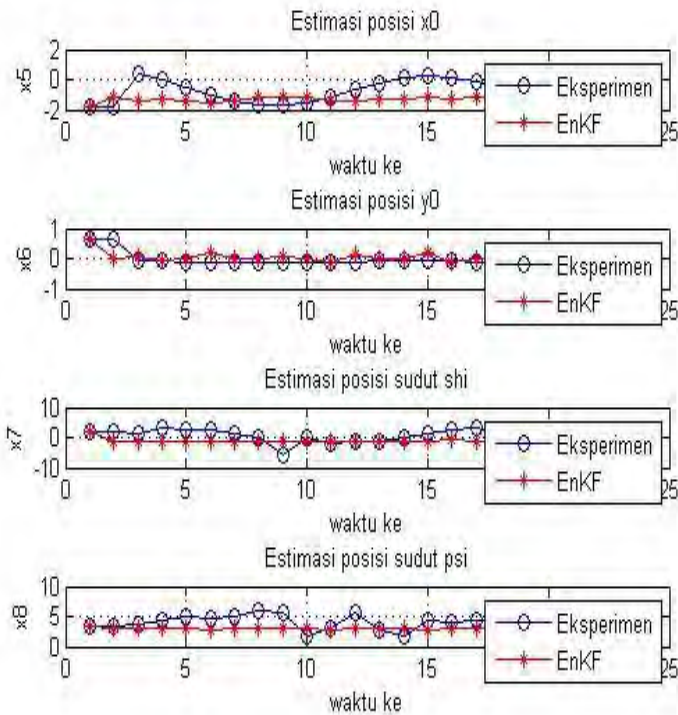
sebesar 0.073149 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan sudut *roll* (x_3) sebesar 0.18671 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_4) sebesar 0.88694 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_5) sebesar 0.17659 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_6) sebesar 0.10078 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_7) sebesar 0.63777 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_8) sebesar 0.43022 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_9) sebesar 0.02913 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_{10}) sebesar 0.073968 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_{11}) sebesar 0.075985 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *sway* (x_{12}) sebesar 0.061801 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan sudut *roll* (x_{13}) sebesar 0.080987 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_{14}) sebesar 0.076657 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_{15}) sebesar 0.080033 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_{16}) sebesar 0.063231 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_{17}) sebesar 0.076602 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_{18}) sebesar 0.069255 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_{19}) sebesar 0.05307 saat *ensemble* 300, nilai RMSE terkecil pada kecepatan *surge* (x_{20}) sebesar 0.057055 saat *ensemble* 300.

Berikut merupakan grafik hasil Implementasi *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) untuk estimasi koefisien hidrodinamika kapal dengan *ensemble* 50, 100, 200 dan 300 menggunakan *software* MATLAB dengan lintasan kapal satu putaran dan sampai pengamatan waktu ke 20 pada penelitian ini.



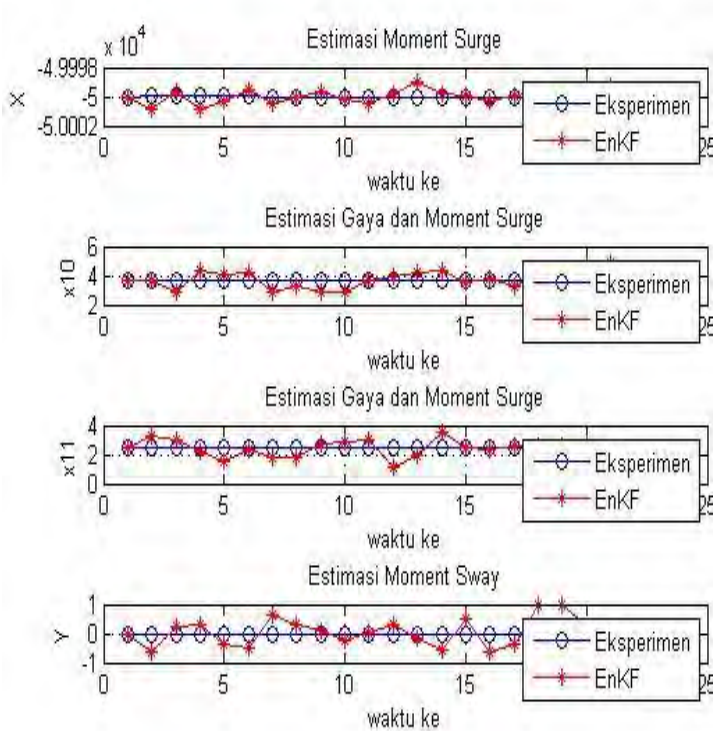
Gambar 4.1. estimasi x_1, x_2, x_3, x_4 dengan *ensemble* 50

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot eksperimen pada *ensemble* 50 dengan data eksperimen pada x_1 dan x_2 yang didapatkan dari stadarisasi kecepatan kapal dan x_3 dan x_4 yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia dengan RMSE x_1 sebesar 0.2158971, RMSE x_2 sebesar 0.14994157, RMSE x_3 sebesar 0.204523, RMSE x_4 sebesar 0.90446164 yang merujuk pada tabel 4.3



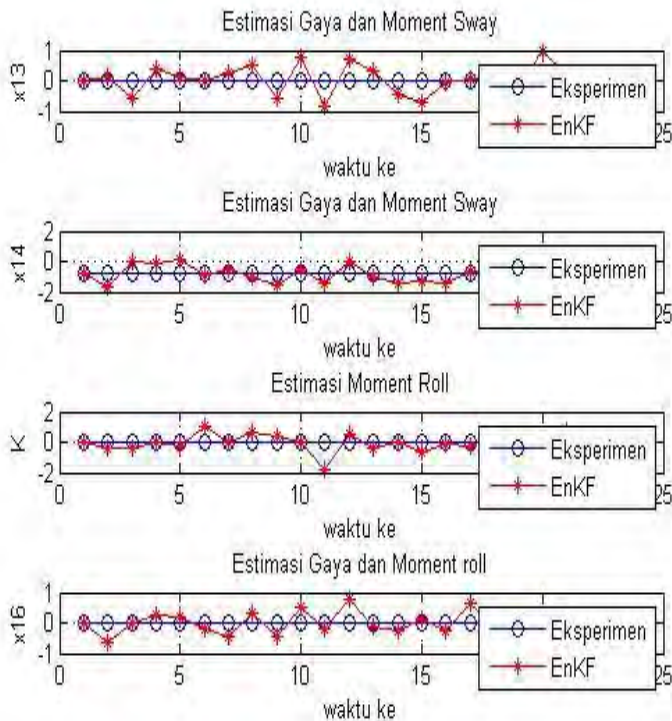
Gambar 4.2. estimasi x_5, x_6, x_7, x_8 dengan *ensemble 50*

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble 50* dengan data eksperimen pada x_5 dan x_6 yang didapatkan dari stadarisasi kecepatan kapal dan x_7 dan x_8 yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia dengan RMSE x_5 sebesar 0.192991, RMSE x_6 sebesar 0.1046213, RMSE x_7 sebesar 0.65145, RMSE x_8 sebesar 0.440184 yang merujuk pada tabel 4.3



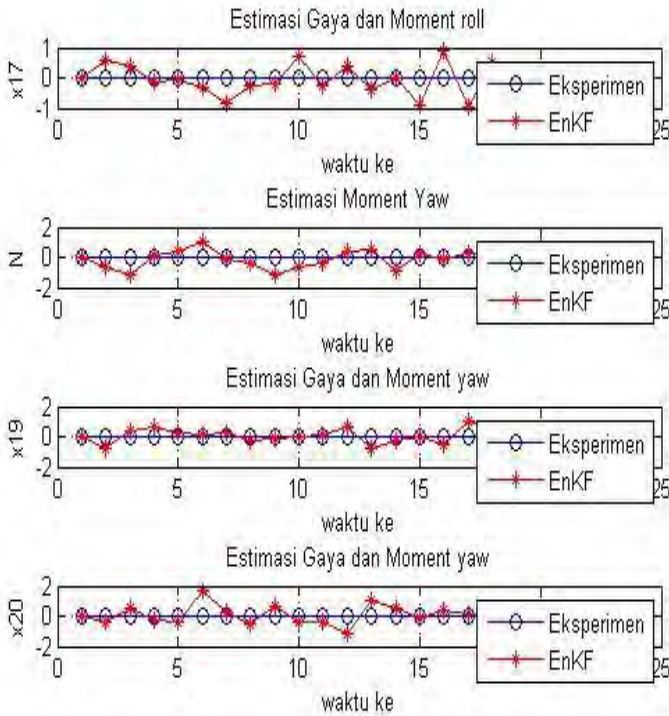
Gambar 4.3. estimasi $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$ dengan *ensemble* 50

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 50 dengan data eksperimen pada x_9, x_{10}, x_{11} dan x_{12} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_9 sebesar 0.2391531, RMSE x_{10} sebesar 0.1156345, RMSE x_{11} sebesar 0.0902449, RMSE x_{12} sebesar 0.21409275 yang merujuk pada tabel 4.3



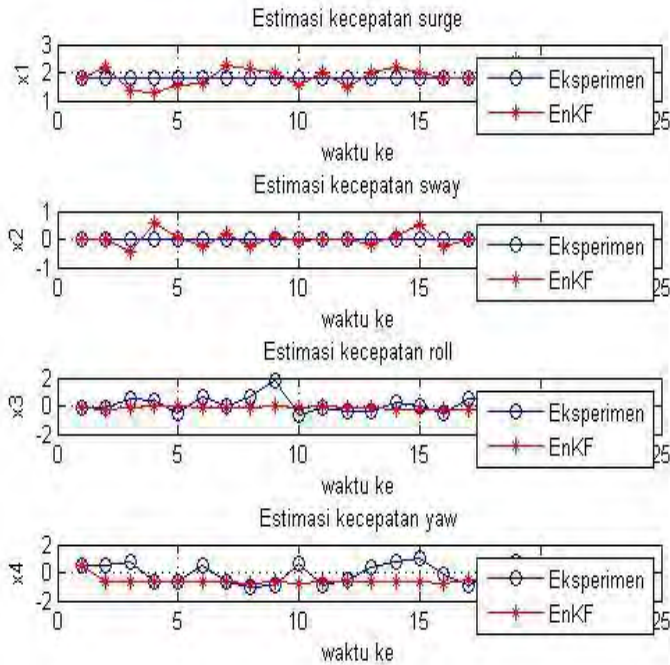
Gambar 4.4. estimasi $x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}$ dengan *ensemble* 50

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 50 dengan data eksperimen pada x_{13}, x_{14}, x_{15} dan x_{16} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_{13} sebesar 0.2158971, RMSE x_{14} sebesar 0.1643723, RMSE x_{15} sebesar 0.1643182, RMSE x_{16} sebesar 0.1738239 yang merujuk pada tabel 4.3



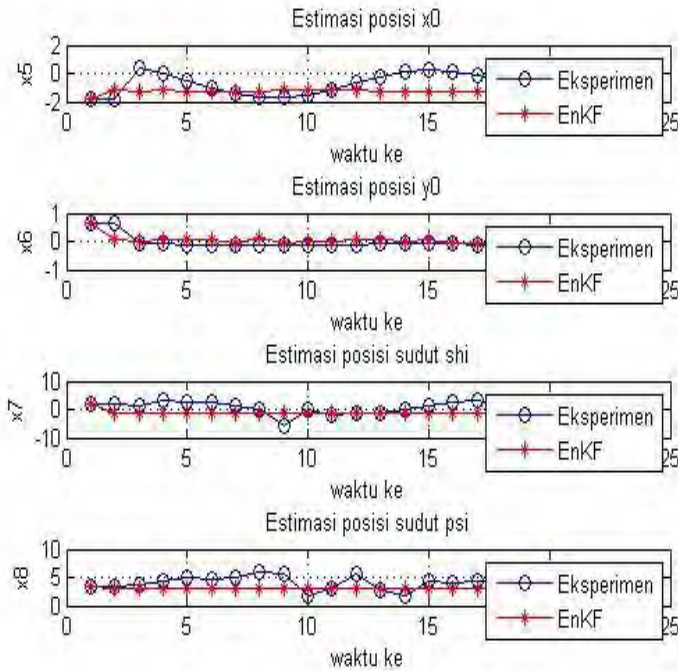
Gambar 4.5. estimasi $x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$ dengan *ensemble* 50

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 50 dengan data eksperimen pada x_{17}, x_{18}, x_{15} dan x_{16} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_{17} sebesar 0.1483428, RMSE x_{18} sebesar 0.2195023, RMSE x_{19} sebesar 0.1871337, RMSE x_{20} sebesar 0.14873164 yang merujuk pada tabel 4.3



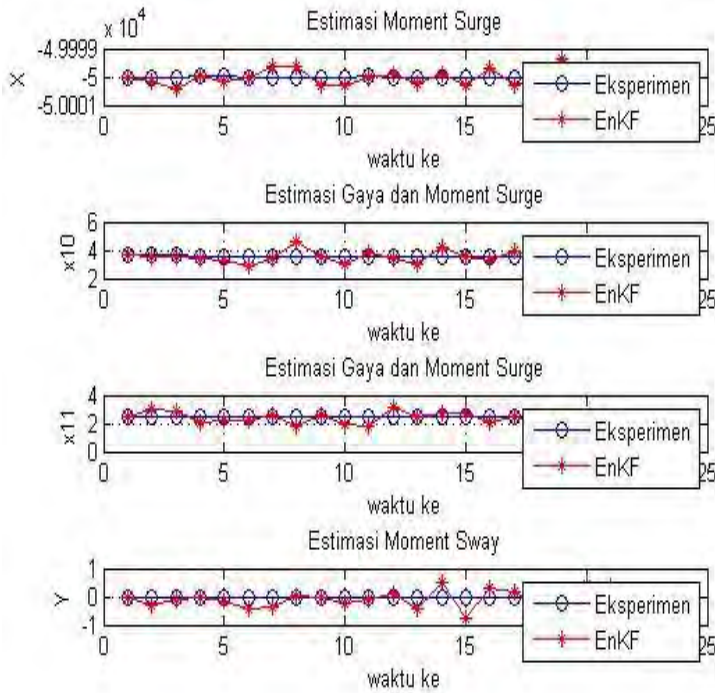
Gambar 4.6. estimasi x_1, x_2, x_3, x_4 dengan *ensemble* 100

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 100 dengan data eksperimen pada x_1 dan x_2 dari stadarisasi kecepatan kapal dan x_3 dan x_4 yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia dengan RMSE x_1 sebesar 0.1594123, RMSE x_2 sebesar 0.16012766, RMSE x_3 sebesar 0.187607, RMSE x_4 sebesar 0.888632 yang merujuk pada tabel 4.3



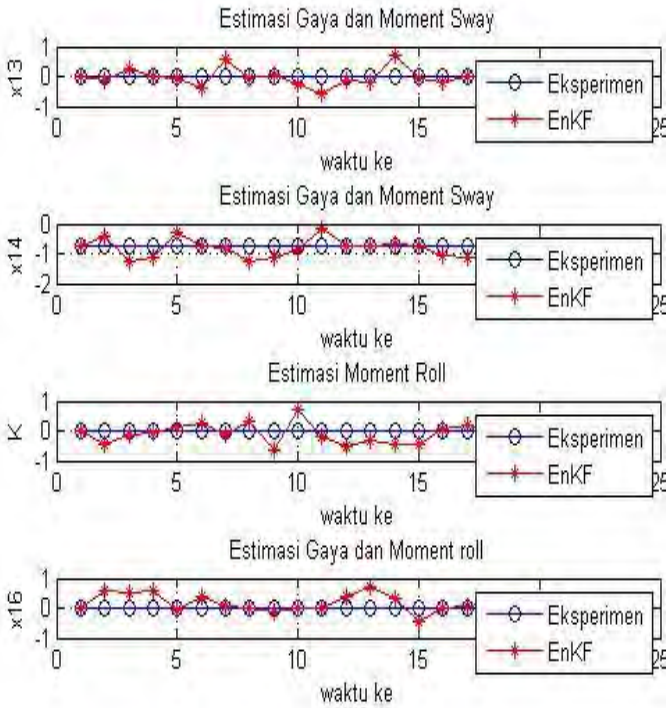
Gambar 4.7. estimasi x_5, x_6, x_7, x_8 dengan *ensemble* 100

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 100 dengan data eksperimen pada x_5 dan x_6 dari standarisasi kecepatan kapal dan x_7 dan x_8 yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia dengan RMSE x_5 sebesar 0.194442, RMSE x_6 sebesar 0.1192532, RMSE x_7 sebesar 0.646285, RMSE x_8 sebesar 0.44033 yang merujuk pada tabel 4.3



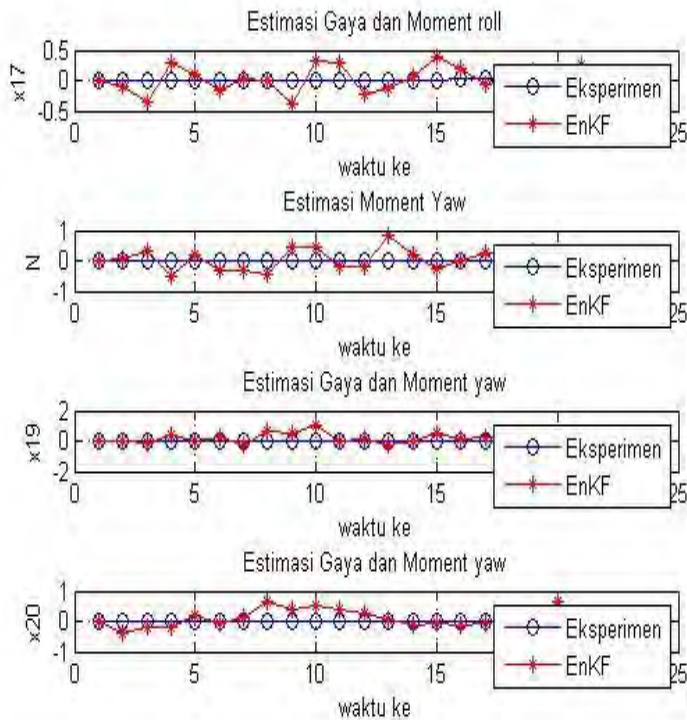
Gambar 4.8. estimasi $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$ ensemble 100

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada ensemble 100 dengan data eksperimen pada x_9, x_{10}, x_{11} dan x_{12} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_9 sebesar 0.115205877, RMSE x_{10} sebesar 0.10159964, RMSE x_{11} sebesar 0.1158854, RMSE x_{12} sebesar 0.0807423 yang merujuk pada tabel 4.3



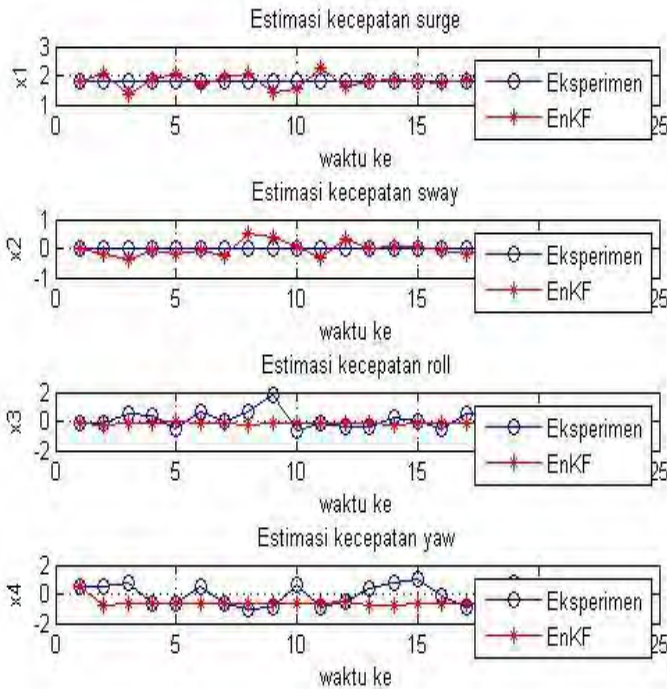
Gambar 4.9. estimasi $x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}$ dengan *ensemble* 100

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 100 dengan data eksperimen pada x_{13}, x_{14}, x_{15} dan x_{16} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_{13} sebesar 0.1594123, RMSE x_{14} sebesar 0.1116176, RMSE x_{15} sebesar 0.1041125, RMSE x_{16} sebesar 0.10604568 yang merujuk pada tabel 4.3



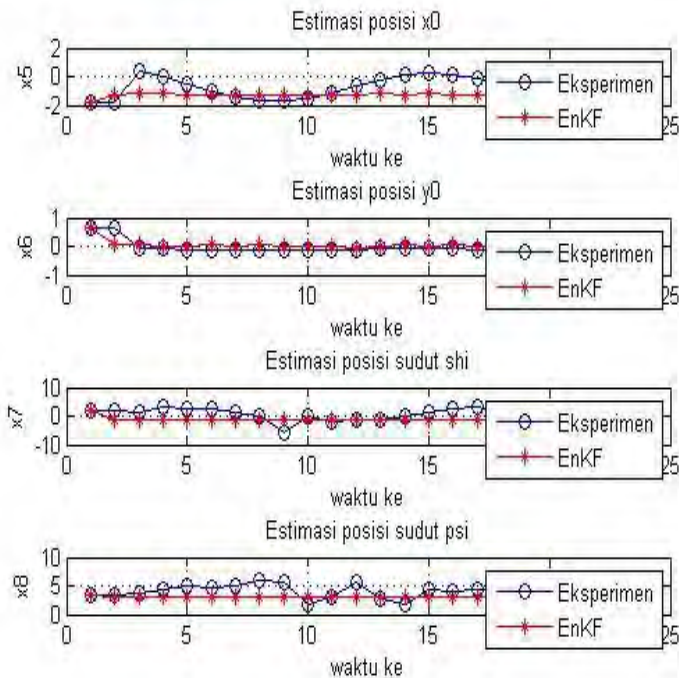
Gambar 4.10. estimasi $x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$ dengan *ensemble* 100

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 100 dengan data eksperimen pada x_{17}, x_{18}, x_{15} dan x_{16} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_{17} sebesar 0.1319206, RMSE x_{18} sebesar 0.1207202, RMSE x_{19} sebesar 0.1766423, RMSE x_{20} sebesar 0.1300871 yang merujuk pada tabel 4.3



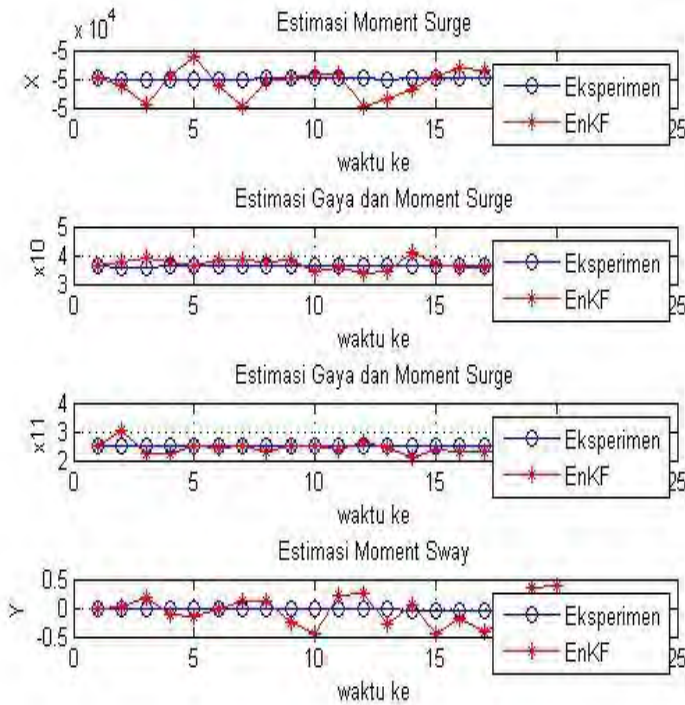
Gambar 4.11. estimasi x_1, x_2, x_3, x_4 dengan *ensemble* 200

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 200 dengan data eksperimen pada x_1 dan x_2 dari stadarisasi kecepatan kapal dan x_3 dan x_4 yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia dengan RMSE x_1 sebesar 0.088461, RMSE x_2 sebesar 0.0999055, RMSE x_3 sebesar 0.188991, RMSE x_4 sebesar 0.909463 yang merujuk pada tabel 4.3



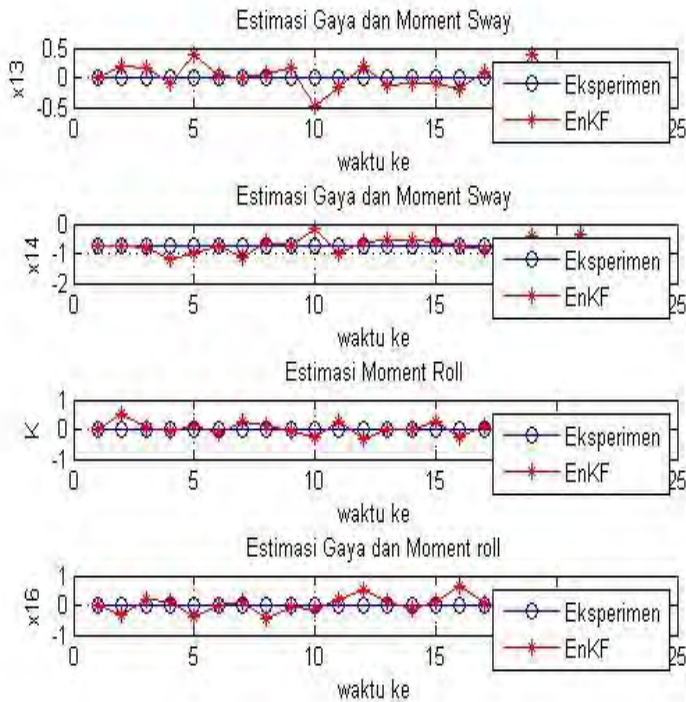
Gambar 4.12. estimasi x_5, x_6, x_7, x_8 dengan *ensemble* 200

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 200 dengan data eksperimen pada x_5 dan x_6 dari stadarisasi kecepatan kapal dan x_7 dan x_8 yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia dengan RMSE x_5 sebesar 0.183304, RMSE x_6 sebesar 0.1264188, RMSE x_7 sebesar 0.655035, RMSE x_8 sebesar 0.433062 yang merujuk pada tabel 4.3



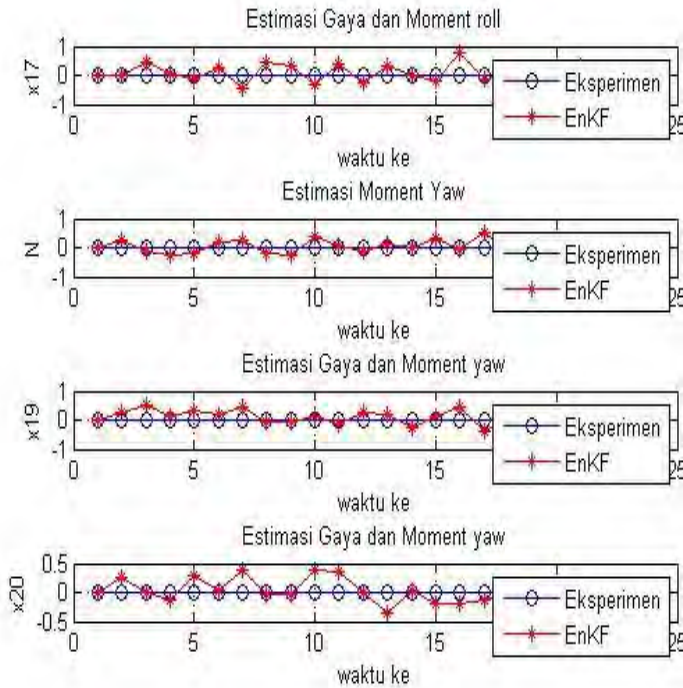
Gambar 4.13. estimasi $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$ dengan *ensemble* 200

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 200 dengan data eksperimen pada x_9, x_{10}, x_{11} dan x_{12} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_9 sebesar 0.0720388, RMSE x_{10} sebesar 0.082642871, RMSE x_{11} sebesar 0.0980909, RMSE x_{12} sebesar 0.107646 yang merujuk pada tabel 4.3



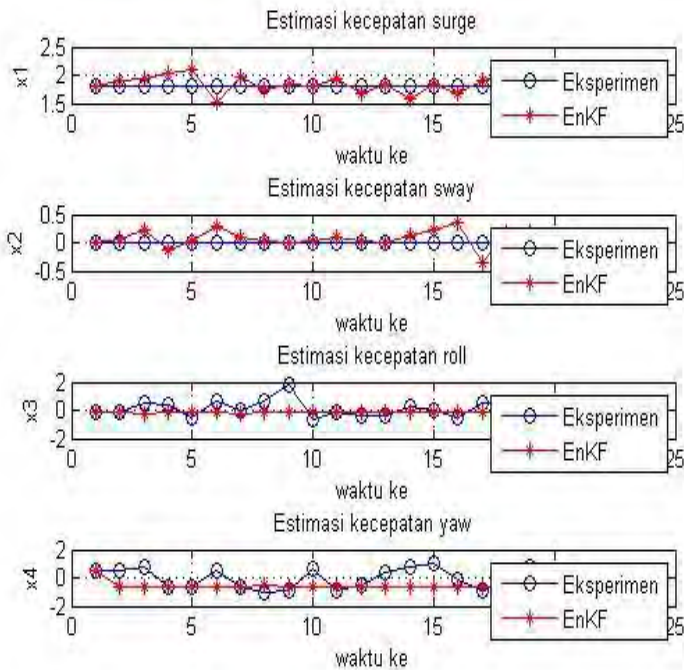
Gambar 4.14. estimasi x_{13} , x_{14} , x_{15} , x_{16} dengan *ensemble* 200

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 200 dengan data eksperimen pada x_{13} , x_{14} , x_{15} dan x_{16} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_{13} sebesar 0.088461, RMSE x_{14} sebesar 0.10731078, RMSE x_{15} sebesar 0.0815635, RMSE x_{16} sebesar 0.0885616 yang merujuk pada tabel 4.3



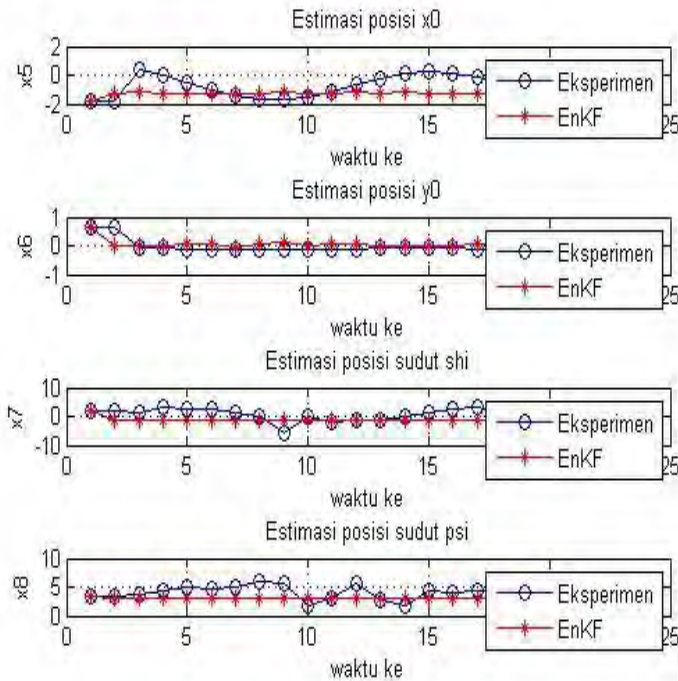
Gambar 4.15. estimasi $x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$ dengan *ensemble* 200

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 200 dengan data eksperimen pada x_{17}, x_{18}, x_{15} dan x_{16} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_{17} sebesar 0.0936567, RMSE x_{18} sebesar 0.0700775, RMSE x_{19} sebesar 0.10399794, RMSE x_{20} sebesar 0.0758415 merujuk pada tabel 4.3



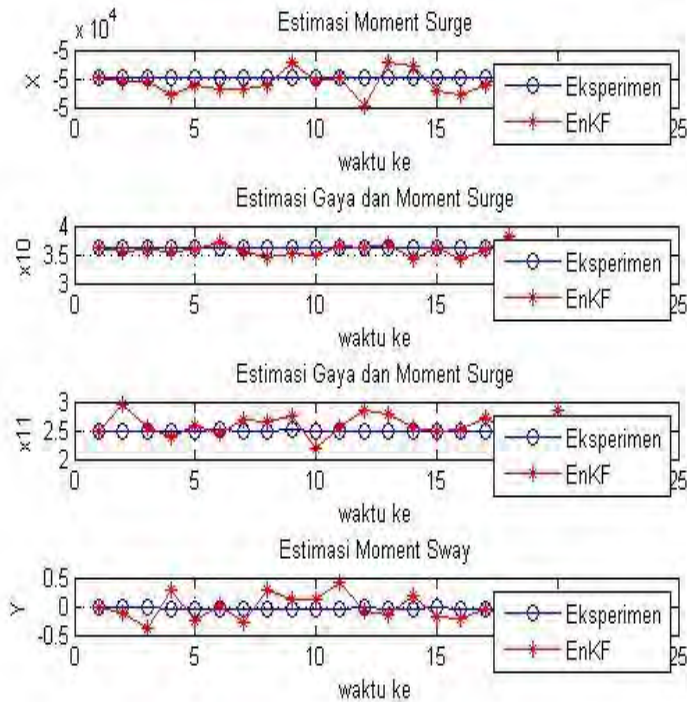
Gambar 4.16. estimasi x_1, x_2, x_3, x_4 dengan *ensemble* 300

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 300 dengan data eksperimen pada x_1 dan x_2 dari standarisasi kecepatan kapal dan x_3 dan x_4 yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia dengan RMSE x_1 sebesar 0.080987, RMSE x_2 sebesar 0.073149, RMSE x_3 sebesar 0.18671, RMSE x_4 sebesar 0.88694 merujuk pada tabel 4.3



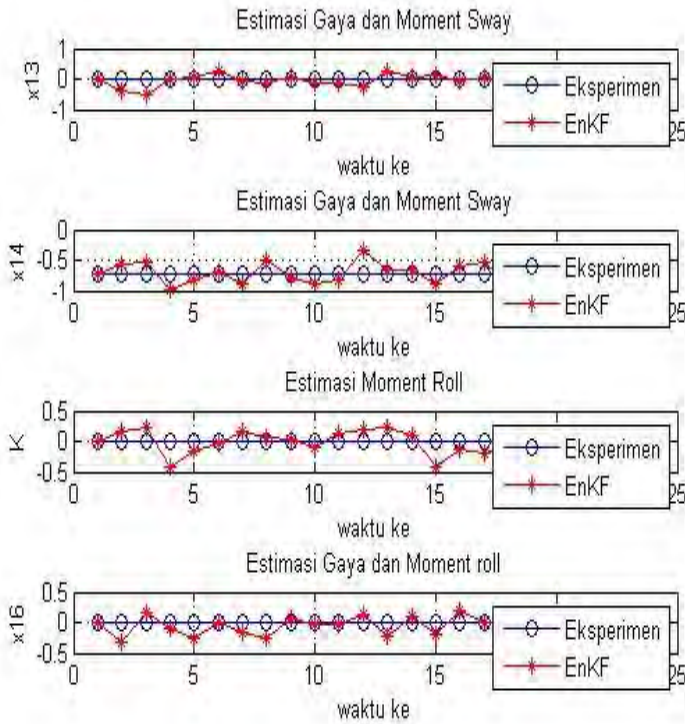
Gambar 4.17. estimasi x_5, x_6, x_7, x_8 dengan *ensemble* 300

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 300 dengan data eksperimen pada x_5 dan x_6 dari standarisasi kecepatan kapal dan x_7 dan x_8 yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia dengan RMSE x_5 sebesar 0.17659, RMSE x_6 sebesar 0.10078, RMSE x_7 sebesar 0.63777, RMSE x_8 sebesar 0.43022 merujuk pada tabel 4.3



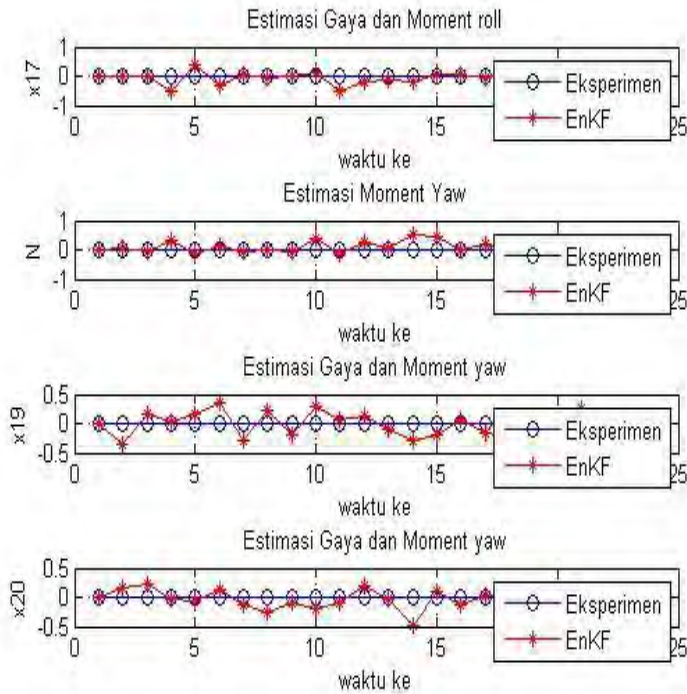
Gambar 4.18. estimasi $x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}$ dengan *ensemble* 300

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 300 dengan data eksperimen pada x_9, x_{10}, x_{11} dan x_{12} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_9 sebesar 0.02913, RMSE x_{10} sebesar 0.073968, RMSE x_{11} sebesar 0.07598476, RMSE x_{12} sebesar 0.06180071 merujuk pada tabel 4.3



Gambar 4.19. estimasi $x_{13}, x_{14}, x_{15}, x_{16}$ dengan *ensemble* 300

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot *eksperimen* pada *ensemble* 300 dengan data eksperimen pada x_{13}, x_{14}, x_{15} dan x_{16} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_{13} sebesar 0.080987, RMSE x_{14} sebesar 0.07665713, RMSE x_{15} sebesar 0.08003291, RMSE x_{16} sebesar 0.0632306 merujuk pada tabel 4.3



Gambar 4.20. estimasi $x_{17}, x_{18}, x_{19}, x_{20}$ dengan *ensemble* 300

Grafik hasil simulasi estimasi kecepatan *surge* menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) menunjukkan bahwa plot estimasi berhimpit dengan pola plot eksperimen pada *ensemble* 300 dengan data eksperimen pada x_{17}, x_{18}, x_{15} dan x_{16} yang didapatkan dari rujukan yang terkait dengan kapal penelitian ini dengan RMSE x_{17} sebesar 0.07660162, RMSE x_{18} sebesar 0.06925534, RMSE x_{19} sebesar 0.0530697, RMSE x_{20} sebesar 0.0570549 merujuk pada tabel 4.3

4.6 Implementasi Regresi Linier

Pada tahap ini akan dilakukan estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada Gaya momen yang bekerja pada Y (*sway*). Berikut merupakan Persamaan Gaya momen yang bekerja pada *sway* :

$$\begin{aligned}
 Y = & Y_{ur}ur + Y_vv + Y_rr + Y_{vvv}v^3 + Y_{vvr}v^2r + Y_{vrr}vr^2 + Y_{rrr}r^3 \\
 & + Y_pp + Y_\phi\phi + Y_{vv\phi}v^2\phi + Y_{v\phi\phi}v\phi^2 \\
 & + Y_{rr\phi}r^2\phi + Y_{r\phi\phi}r\phi^2 + Y_\delta\delta + Y_{\delta\delta}\delta^2
 \end{aligned}
 \tag{4.10}$$

Persamaan tersebut dapat digunakan untuk mencari koefisien hidrodinamika kapal dengan menggunakan metode Regresi Linear menggunakan *software* Minitab. Variable yang sudah didapatkan pada simulasi pada tahap sebelumnya yaitu Y, u, v, r , dan ϕ dan digunakan untuk mendapatkan koefisien hidrodinamika kapal, untuk mempermudah perhitungan, maka dimisalkan:

$$\begin{aligned}
 ur &= x_1 \\
 v &= x_2 \\
 r &= x_3 \\
 v^3 &= x_4 \\
 v^2r &= x_5 \\
 vr^2 &= x_6 \\
 r^3 &= x_7 \\
 p &= x_8 \\
 \phi &= x_9 \\
 v^2\phi &= x_{10} \\
 v\phi^2 &= x_{11} \\
 r^2\phi &= x_{12} \\
 r\phi^2 &= x_{13} \\
 \delta &= x_{14} \\
 \delta^2 &= x_{15}
 \end{aligned}
 \tag{4.11}$$

Y merupakan variable terikat (respon) $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}$ merupakan variable bebas (*predictor*), maka terdapat hubungan fungsional antara X dan Y . Regresi sederhana bertujuan untuk mempelajari hubungan antara dua variabel. Model regresi sederhana adalah sebagai berikut.

$$Y = Hx_i + \varepsilon$$

$$Y = (Y_{ur}x_1 + Y_vx_2 + Y_rx_3 + Y_{vvv}x_4 + Y_{vvr}x_5 + Y_{vrr}x_6 + Y_{rrr}x_7 + Y_px_8 + Y_\phi x_9 + Y_{vv\phi}x_{10} + Y_{v\phi\phi}x_{11} + Y_{rr\phi}x_{12} + Y_{r\phi\phi}x_{13} + Y_\delta x_{14} + Y_{\delta\delta\delta}x_{15}) + \varepsilon \quad (4.25)$$

Dimana H merupakan koefisien hidrodinamika kapal yang akan diestimasi menggunakan *Software* Minitab

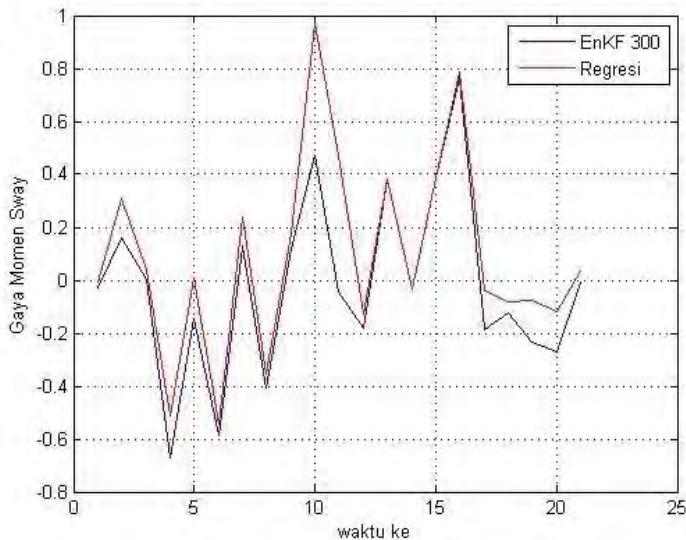
4.7 Hasil Simulasi Regresi Linear dengan Minitab

Pada tahap digunakan software Minitab digunakan untuk mencari koefisien hidrodinamika kapal pada Gaya momen yang bekerja pada *sway*. Pada tahap ini dibutuhkan nilai Y, u, v, r , dan ϕ telah didapatkan dari hasil estimasi *Ensemble Kalman Filter* pada tahap sebelumnya, inputkan hasil estimasi Y sebagai variabel respon dan inputkan $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6, x_7, x_8, x_9, x_{10}, x_{11}, x_{12}, x_{13}, x_{14}, x_{15}$ sebagai variable *predictor*. Berikut koefisien hidrodinamika yang didapatkan menggunakan *software* Minitab:

Tabel 4.4 koefisien hidrodinamika kapal

koefisien	Nilai estimasi	koefisien	Nilai estimasi
Y_{ur}	0.02294	Y_ϕ	0.05973
Y_v	0.14766	$Y_{vv\phi}$	0.4981
Y_r	0.04033	$Y_{v\phi\phi}$	0.51577
Y_{vvv}	0.15905	$Y_{rr\phi}$	0.05237
Y_{vvr}	0.15417	$Y_{r\phi\phi}$	0.00419
Y_{vrr}	0.04193	Y_δ	0.0003
Y_{rrr}	0.11319	$Y_{\delta\delta\delta}$	0.00198
Y_p	0.0487		

Selanjutnya dilakukan tahap validasi yaitu dengan mengalikan koefisien hidrodinamika yang telah didapatkan dengan variabel *predictor*, sehingga didapatkan \hat{Y} estimasi koefisien hidrodinamika kapal pada gaya momen yang bekerja pada *sway*. Berikut plot perbandingan antara \hat{Y} estimasi dengan menggunakan metode *Ensemble Kalman Filter* (EnKF) dengan *ensemble* 300 dan \hat{Y} estimasi dengan menggunakan metode Regresi Linear.



Gambar 4.21 Estimasi gaya momen sway

Gambar estimasi gaya momen sway menunjukkan bahwa \hat{Y} estimasi menggunakan metode Regresi linear mendekati \hat{Y} EnKF 300 dengan RMSE sebesar 0.184856564579038

4.8 Cek Pergerakan Kapal

Berikut merupakan lintasan model kapal sebelum diestimasi, data lintasan ini didapatkan melalui *Free Running Model* (FRM) dengan Uji *Turning* bergerak satu putaran oleh Laboratorium Hidrodinamika Kapal (LHI) dengan mengambil 4000 data yang di ambil kelipatan 200 secara urut.

Tabel 4.5. Data lintasan kapal dari eksperimen

x_0	y_0
0.384504	-0.07647
0.047525	-0.09096
-0.4916	-0.10796
-1.03546	-0.12285
-1.46774	-0.13287
-1.70693	-0.13623
-1.71651	-0.13095
-1.52638	-0.12545
-1.1385	-0.11199
-0.65785	-0.098
-0.20539	-0.08546
0.126899	-0.07992
0.253027	-0.08006

Setelah menerapkan metode *Ensemble Kalman Filter* pada *software* MATLAB berikut lintasan model kapal pada saat *ensemble* sebanyak 50 :

Tabel 4.6. estimasi posisi kapal dengan *ensemble* 50

x_0	y_0
0.380564	-0.06857
0.043585	-0.08306
-0.49554	-0.10005
-1.0394	-0.11495
-1.47168	-0.12497
-1.71087	-0.12832
-1.72045	-0.12305
-1.53032	-0.11754
-1.14244	-0.10409
-0.66179	-0.0901
-0.20933	-0.07756
0.122959	-0.07202
0.249087	-0.07216

Selisih pergerakan kapal yang sangat kecil dapat dilihat dari RMSE dari *ensemble* 50 pada posisi x dan y yang kecil sehingga hasil estimasinya juga tidak lebih jauh dari lintasan eksperimen.

berikut lintasan model kapal pada saat *ensemble* sebanyak 100 :

Tabel 4.7. estimasi posisi kapal dengan *ensemble* 100

x_0	y_0
0.380454	-0.06845
0.043475	-0.08294
-0.49565	-0.09993
-1.03951	-0.11483
-1.47179	-0.12484
-1.71098	-0.1282
-1.72056	-0.12293
-1.53043	-0.11742
-1.14255	-0.10397
-0.6619	-0.08998
-0.20944	-0.07744
0.122849	-0.07189
0.248977	-0.07204

Selisih pergerakan kapal yang sangat kecil dapat dilihat dari RMSE dari *ensemble* 100 pada posisi x dan y yang kecil sehingga hasil estimasinya juga tidak lebih jauh dari lintasan eksperimen.

berikut lintasan model kapal pada saat *ensemble* sebanyak 200 :

Tabel 4.8. estimasi posisi kapal dengan *ensemble* 200

x_0	y_0
0.380474	-0.06856
0.043495	-0.08305
-0.49563	-0.10004
-1.03949	-0.11494
-1.47177	-0.12496
-1.71096	-0.12831
-1.72054	-0.12304
-1.53041	-0.11753
-1.14253	-0.10408
-0.66188	-0.09009
-0.20942	-0.07755
0.122869	-0.07201
0.248997	-0.07215

Selisih pergerakan kapal yang sangat kecil dapat dilihat dari RMSE dari *ensemble* 200 pada posisi x dan y yang kecil sehingga hasil estimasinya juga tidak lebih jauh dari lintasan eksperimen.

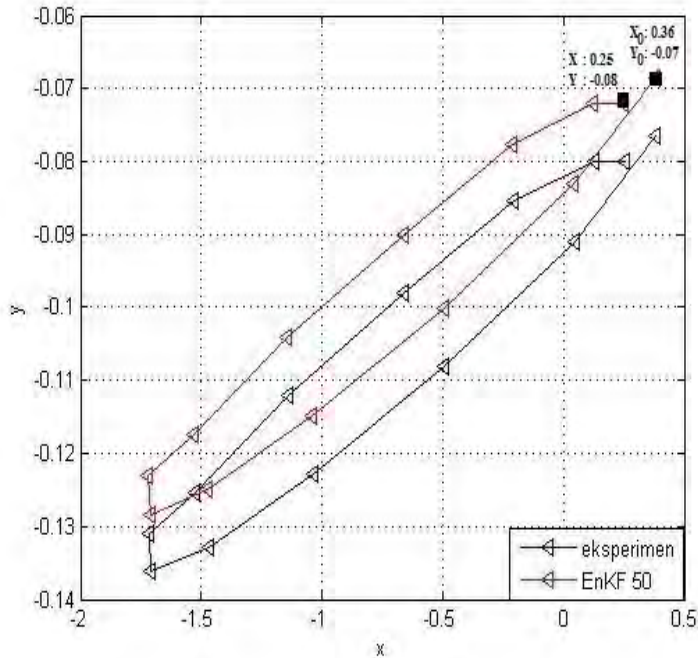
berikut lintasan model kapal pada saat *ensemble* sebanyak 300 :

Tabel 4.8. estimasi posisi kapal dengan *ensemble* 300

x_0	y_0
0.380654	-0.06853
0.043675	-0.08303
-0.49545	-0.10002
-1.03931	-0.11492
-1.47159	-0.12493
-1.71078	-0.12829
-1.72036	-0.12301
-1.53023	-0.11751
-1.14235	-0.10405
-0.6617	-0.09007
-0.20924	-0.07753
0.123049	-0.07198
0.249177	-0.07212

Selisih pergerakan kapal yang sangat kecil dapat dilihat dari RMSE dari *ensemble* 300 pada posisi x dan y yang kecil sehingga hasil estimasinya juga tidak lebih jauh dari lintasan eksperimen

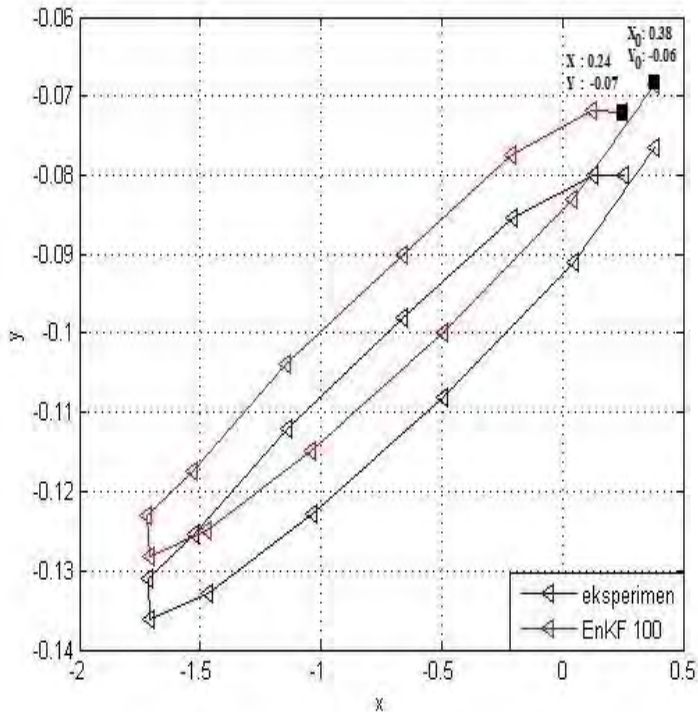
berikut gambar perbandingan plot lintasan model kapal pada lintasan model data eksperimen dengan hasil estimasi dengan *ensemble 50*



Gambar 4.22 lintasan kapal dengan ensemble 50

Grafik hasil simulasi metode EnKF menunjukkan bahwa plot estimasi mengikuti dengan pola plot *eksperimen* dengan data eksperimen yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI) melalui uji *Free Running Model* (FRM) dengan *ensemble 50* RMSE x sebesar 0.192991 dan y sebesar 0.104621 menggunakan *software* MATLAB

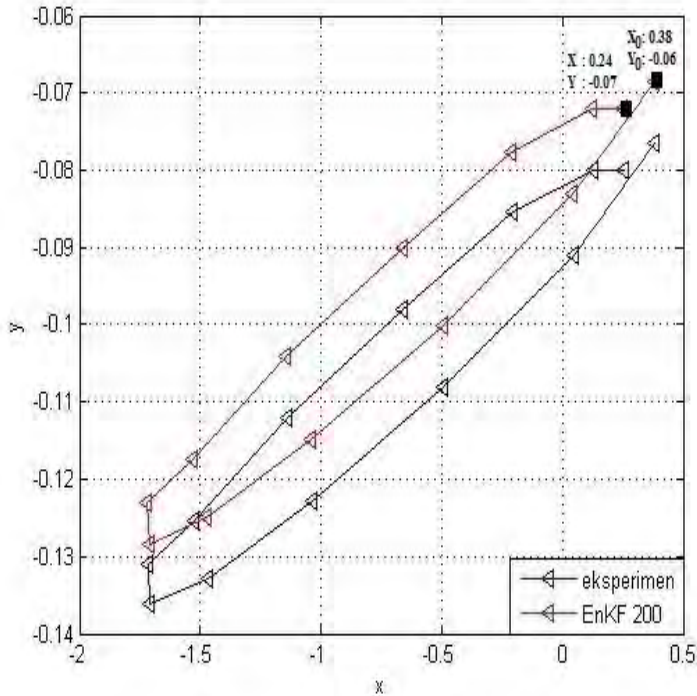
berikut gambar perbandingan plot lintasan model kapal pada lintasan model data eksperimen dengan hasil estimasi dengan *ensemble* 100



Gambar 4.23 lintasan kapal dengan *ensemble* 100

Grafik hasil simulasi metode EnKF menunjukkan bahwa plot estimasi mengikuti dengan pola plot *eksperimen* dengan data eksperimen yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI) melalui uji *Free Running Model* (FRM) dengan *ensemble* 100 RMSE x sebesar 0.1944442 dan y sebesar 0.119253 menggunakan *software* MATLAB

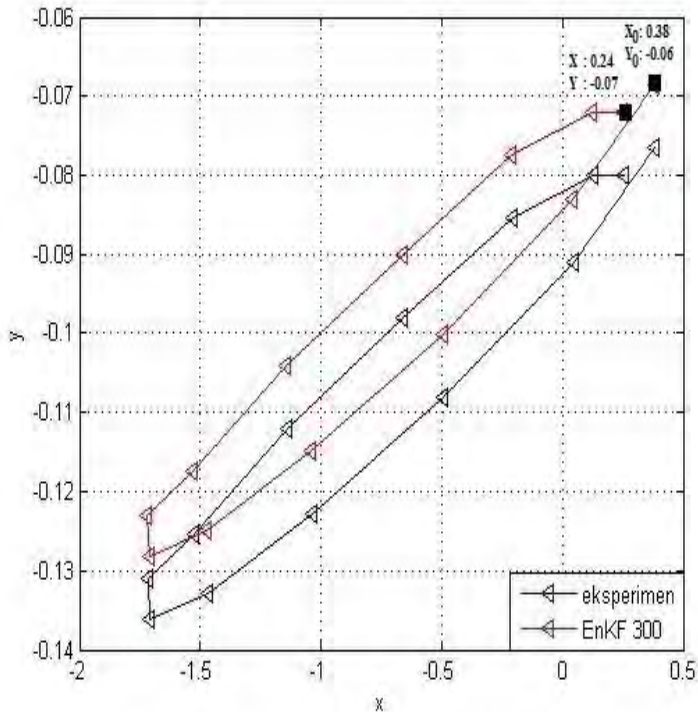
berikut gambar perbandingan plot lintasan model kapal pada lintasan model data eksperimen dengan hasil estimasi dengan *ensemble 200*



Gambar 4.24 lintasan kapal dengan ensemble 200

Grafik hasil simulasi metode EnKF menunjukkan bahwa plot estimasi mengikuti dengan pola plot *eksperimen* dengan data eksperimen yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI) melalui uji *Free Running Model* (FRM) dengan *ensemble 200* dan RMSE x sebesar 0.183304 dan y sebesar 0.126419 menggunakan *software* MATLAB

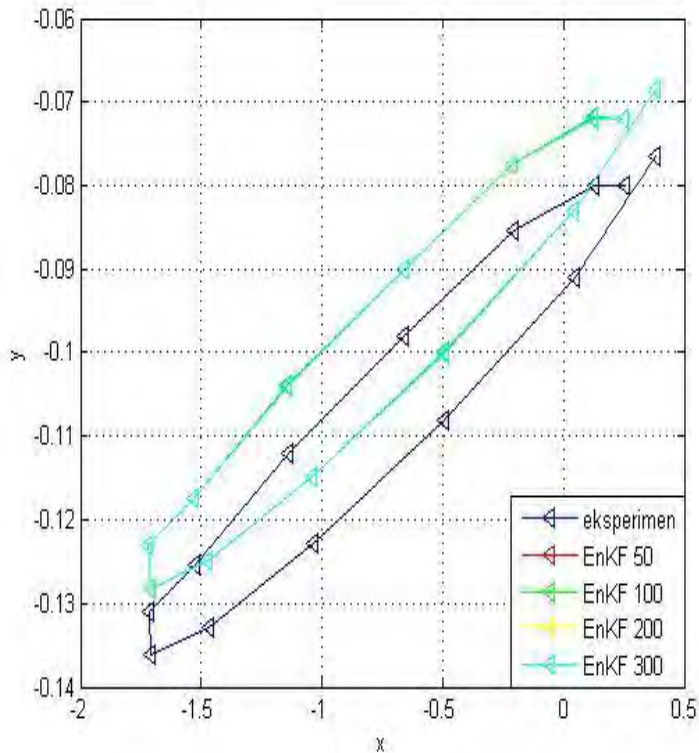
berikut gambar perbandingan plot lintasan model kapal pada lintasan model data eksperimen dengan hasil estimasi dengan *ensemble* 300



Gambar 4.25 lintasan kapal dengan *ensemble* 300

Grafik hasil simulasi metode EnKF menunjukkan bahwa plot estimasi mengikuti dengan pola plot *eksperimen* dengan data eksperimen yang didapatkan dari Laboratorium Hidrodinamika Indonesia (LHI) melalui uji *Free Running Model* (FRM) dengan *ensemble* 300 dan RMSE x sebesar 0.17659 dan y sebesar 0.10078 menggunakan *software* MATLAB

berikut merupakan gabungan dari plot lintasan model data *eksperimen* kapal dengan lintasan model hasil estimasi dengan *ensemble* 50, 100, 200, 300



Gambar 4.26 lintasan kapal gabungan *ensemble* 100, 200, 300

lintasan kapal terlihat jelas bahwa kapal sedang melakukan turning, estimasi lintasan model kapal dengan RMSE terkecil yaitu pada saat *ensemble* 300.

BAB V PENUTUP

Pada bab ini diperoleh kesimpulan dari hasil analisa dan pembahasan dari penerapan metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) untuk estimasi koefisien hidrodinamika sebuah kapal X, saran untuk keberlanjutan Tugas Akhir ini diberikan setelah uraian kesimpulan disampaikan.

5.1 Kesimpulan

Berikut merupakan Kesimpulan dari hasil analisa dan pembahasan yang dibahas pada bab sebelumnya.

1. Metode Ensemble Kalman Filter dapat diterapkan untuk membantu mengestimasi koefisien hidrodinamika pada kapal dengan akurat, hal ini disebabkan dikarenakan hasil RMSE yang relatif kecil pada setiap *ensemble* yang diberikan. *Ensemble* 300 mempunyai RMSE yang sangat kecil dari pada saat *ensemble* 50, 100 dan 200, sehingga keakuratan untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal lebih baik pada saat *ensemble* 300 dengan RMSE untuk x_3 (p) sebesar 0.18671, RMSE untuk x_4 (r) sebesar 0.88694, RMSE untuk x_5 (x) sebesar 0.17659, RMSE untuk x_6 (y) sebesar 0.10078, RMSE untuk x_7 (ϕ) sebesar 0.63777, RMSE untuk x_8 (ψ) sebesar 0.43022
2. Metode Regresi Linier dapat diterapkan untuk mengestimasi koefisien Hidrodinamika Kapal pada gaya momen yang bekerja pada *sway* yaitu $Y_{ur} = 0.02294, Y_v = 0.14766, Y_r = 0.04033, Y_{vvv} = 0.15905, Y_{vvr} = 0.15417, Y_{vrr} = 0.04193, Y_{rrr} = 0.11319, Y_p = 0.0487, Y_\phi = 0.05973, Y_{vv\phi} = 0.4981, Y_{v\phi\phi} = 0.51577, Y_{r\phi\phi} = 0.00419, Y_\delta = 0.0003, Y_{\delta\delta\delta} = 0.00198$

3. Lintasan kapal pada saat setelah diestimasi terbagi pada saat *ensemble* 50, 100, 200 dan 300. Pada saat *ensemble* 50, 100, 200 dan 300 lintasan estimasi memiliki selisih yang sangat kecil dengan lintasan awal dapat dilihat dari nilai RMSE yang sangat kecil. Dikarenakan *ensemble* 300 merupakan RMSE terkecil maka hasil estimasi lintasan kapal terbaik pada saat *ensemble* 300.

5.2 Saran

Pada penelitian ini, permasalahan yang dibahas masih jauh dari sempurna. Sehingga untuk memperbaiki penelitian dapat dilakukan saran berikut :

1. Menggunakan 6 derajat kebebasan kapal sebagai batasan masalah untuk mengestimasi koefisien hidrodinamika kapal.
2. Membandingkan hasil estimasi dengan metode lain untuk mengukur keakuratan hasil estimasi.

DAFTAR PUSTAKA

- [1] bppt.2013.<http://bth.bppt.go.id/2-uncategorised/9-sekilas-tentang-hidrodinamika>. html,11 januari 2017 pukul 15:05 WIB.
- [2] Anonym.2015.<http://www.definisimenurutparaahli.com/pengertian-manuver.html>,11 januari 2016 pukul 15:20 WIB.
- [3] Tzeng, C.Y. ,dkk.2001.*A sensitivity function approach to the design of rudder roll stabilization controller*. J.Mar.Sci.Technol.vol.9, no. 2, pp. 100-112,2001.
- [4] Maksum,S.2006.*Estimasi posisi gerak Robot Mobil dengan Menggunakan Metode Ensemble Kalman Filter (EnKF) Berdasarkan Lintasan yang akan Ditempuh* (Thesis).Surabaya: Matematika Institut teknologi Sepuluh Nopember.
- [5] Risa,F .2005.*Implementasi Ensemble Kalman Filter (EnKF) pada Estimasi Kapal Selam* (Thesis). Surabaya: Matematika Institut teknologi Sepuluh Nopember.
- [6] Yoon,H.K. ,dkk.2007.*Estimation of the Roll Hydrodynamic Moment Model of a Ship by Using the System Identification Method and the Pree Running Model Test*. Korea: Maritime and Engineering Reaseach Institute.
- [7] Wiley, John & Sons.1994.*Guidance and Control of Ocean Vehicles - Thor I. Fossen*.NewYork.NY 10158-0012, USA.

- [8] Hafid, Wawan.2013.*Penerapan Model Predictive Control (MPC) pada Kendali Haluan Kapal*(Skripsi).Surabaya: Matematika Institut teknologi Sepuluh Nopember.
- [9] Lewis,F.L.1998. *Optimal Estimation with An Introduction to Stochastic Control Theory*. Georgia:School of Electrical Engineering Georgia Institute of Technology Atlanta.
- [10] Welch,G. , dkk.2006. *An Introduction to The Kalman Filter*. Chapel Hill: University of North Carolina.
- [11]Yoon,H.K. ,dkk.2003.*Identification of Hydrodynamic Coefficients in Ship Maneuvering Equations of Motion by Estimation – Before – Modeling Technique*.South Korea: Seoul National University.
- [12] Kuo,H.H.1994.*White Noise Distribution Theory*.US: Lousiana State University.

LAMPIRAN A

Lintasan Kapal Eksperimen

Data diperoleh dari Lembaga Hidrodinamika Indonesia terdapat 7687 data, namun pada penelitian ini penulis mengambil 4000 data yang di ambil kelipatan 200 secara urut . data yang didapatkan yaitu sudut roll dan yaw, posisi x dan y dengan satuan mm. Berikut data yang sudah hitung menjadi kecepatan sudut dengan satuan rad/s dan posisi kapal dengan satuan m .

p (rad/s)	r (rad/s)	x (m)	y (m)	Roll(deg)	Yaw(deg)
-0.624	2.0175	-6.35	2.2965	1.83	3.375
2.3205	3.1965	1.384215	-0.27529	1.31366	3.853
1.6505	-2.8645	0.171089	-0.32747	3.12934	4.46109
-2.0575	-2.8335	-1.76976	-0.38864	2.80471	4.84004
2.7865	2.117	-3.72767	-0.44228	2.69288	4.73006
-0.195	-2.638	-5.28388	-0.47832	1.5944	4.90211
2.8935	-4.226	-6.14496	-0.49041	-0.20539	5.87131
7.898	-3.877	-6.17942	-0.47142	-5.79852	5.57097
-2.6425	2.7425	-5.49497	-0.4516	0.03901	1.69533
-0.6965	-3.784	-4.09861	-0.40316	-1.9867	2.92688
-1.6025	-2.1935	-2.36827	-0.35281	-1.279	5.7697
-1.505	1.6215	-0.73941	-0.30767	-1.39172	2.89063
1.2525	3.444	0.456835	-0.2877	-0.09677	1.90448
-0.0675	4.3705	0.910897	-0.28821	1.28229	4.21835
-2.161	-0.427	0.540235	-0.31114	2.35521	3.97395
2.3145	-3.623	-0.56782	-0.35167	3.03637	4.48608
1.784	0.465	-2.17806	-0.40208	1.30225	4.62716
0.221	3.244	-3.88876	-0.44758	2.51636	4.79277
0.1735	1.289	-5.33539	-0.48115	1.60179	4.94632
2.2185	-2.0515	-6.17843	-0.49305	0.32648	4.97356
124.4885	-81.3455	-6.174	-0.47264	-5.58847	5.18035

